

Sudoku Techniken

Youtube Soduku Swami

Version: 1.4 vom 25.04.2023

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		Block 1			Block 2			Block 3	
3									
4									
5		Block 4			Block 5			Block 6	
6									
7									
8		Block 7			Block 8			Block 9	
9									

Autor: Dr. Rainer Rosenberger

Rosenberger@NetAktiv.de

<http://Rainer-Rosenberger.de>

Diese Techniken entstammen der Video Folge *Sudoku Swami's Complete Course* mit insgesamt 45 Videos, das der Autor auf Youtube anbietet:

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLzg42yqvfiLKESOIrp-NIQ-IgvtuwO5JE>

Diese englischen Videos sind aus meiner Sicht das beste und umfassendste Tutorial, in dem auch weit fortgeschrittene Techniken gelehrt werden. Ich habe hier für mich zur Erinnerung und zum Nachlesen ein paar Merker zu Papier gebracht.

1 Inhaltsverzeichnis

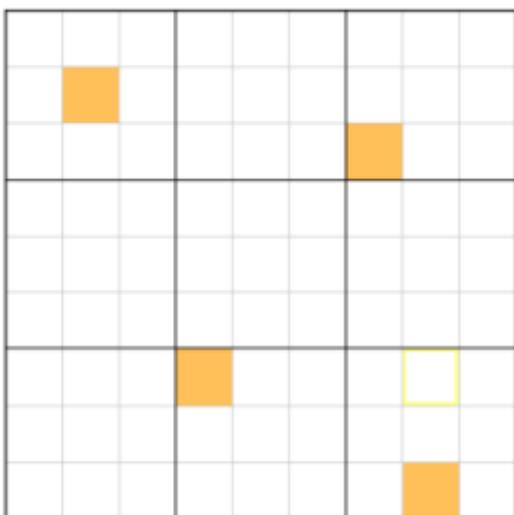
2	Begriffe	4
2.1	Begriffe zum Lösungsfeld	4
2.2	Begriffe zu Positionen.....	5
3	AIC - Alternating Inference Chain	6
3.1	AIC Einführung.....	6
3.2	AIC Type I.....	7
3.3	AIC Type II.....	8
4	X-Wing	9
4.1	X-Wing Basic.....	9
4.2	X-Wing Finned	10
4.3	X-Wing Sashimi.....	10
5	Swordfish.....	11
5.1	Swordfish Basic.....	11
5.2	Swordfish Finned.....	12
5.3	Swordfish Sashimi.....	12
6	X-Chains	13
6.1	Turbot Fish.....	13
6.2	Two-String Kite	15
6.3	Skyscraper	16
6.4	Komplexe X-Chains.....	17
7	Empty Rectangle.....	18
8	Unique Rectangles.....	20
8.1	Unique Rectangle Type 1.....	21
8.2	Unique Rectangle Type 2.....	21
8.3	Unique Rectangle Type 3.....	22
8.4	Unique Rectangle Type 4.....	23
8.5	Unique Rectangle Type 5.....	23
8.6	Unique Rectangle Type 6.....	24
8.7	Unique Rectangle Type 7.....	25
9	BUG +1.....	26
10	XY-Wing	27
11	XYZ-Wing	28
12	W-Wing.....	29

13	M-Wing.....	30
14	Sue de Coq (SDC)	31
14.1	Sue de Coq (SDC) – Type 1.....	31
14.2	Sue de Coq (SDC) – Type 2.....	32
15	XY-Chains.....	34
16	Remote Pairs	35
17	Swami Muster.....	37
17.1	Swami Quad Loop.....	37
17.2	Swami Offset Quad Loop.....	38
17.3	Swami Quad Snake	38
17.4	Swami Split Quad Loop.....	39
17.5	Swami Butterfly	39
17.6	Swami Sandwich.....	40
18	Simple Coloring.....	41
18.1	Simple Coloring Type I.....	42
18.2	Simple Coloring Type II.....	42
19	Continuous Loops.....	43
20	Discontinuous Loops	44
21	Kombinationsverfahren.....	45
22	Almost Locked Set (ALS)	47
22.1	Definition eines Almost Locked Sets	47
22.2	ALS 2-er oder XZ-ALS	47
22.3	ALS Kette oder ALS Chain	48
22.4	ALS 3-er oder ALS-XY-Wing.....	48
23	The Slot Mashine	49

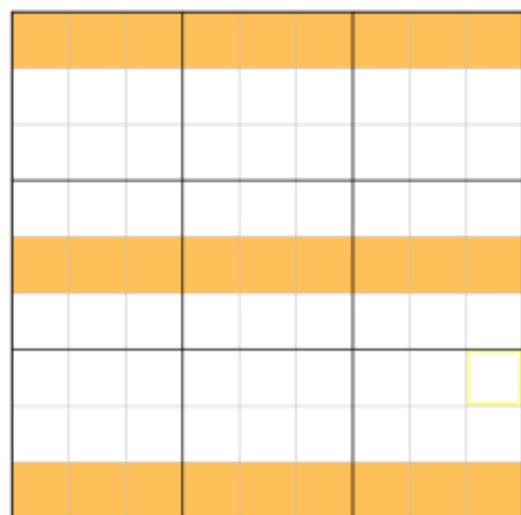
2 Begriffe

2.1 Begriffe zum Lösungsfeld

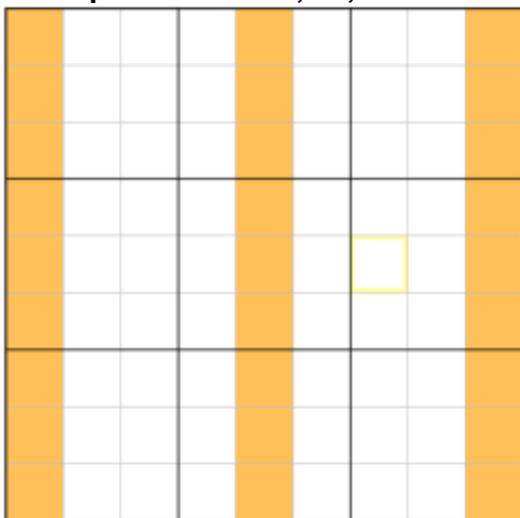
Begriff	Kurze Erklärung
Zelle	Das Sudoku besteht aus 9x9 Zellen (Feldern)
Zeile	Eine der 9 Zeilen 1 bis 9 des Sudoku. Wir zählen von oben nach unten.
Spalte	Eine der 9 Spalten A bis I des Sudoku. Namensvergabe wie beim Schach
Block	Das Sudoku ist unterteilt in 9 Blöcke, die jeweils 3 Zeilen hoch und 3 Spalten breit sind, also 9 Zellen bestehen.
Haus	Ein Haus ist ein zusammenhängender Bereich, in dem 9 verschiedene Ziffern vorkommen müssen, also entweder eine Zeile, eine Spalte oder ein Block. Wird auch oft Einheit oder Bereich genannt.
Rinne / Region	Drei Blöcke in einer Zeile oder Spalte nennen wir Rinne oder Region.



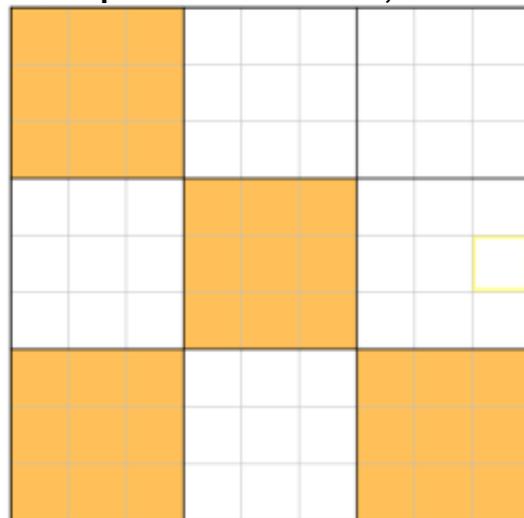
Beispiele Zellen B2, F3, D7 und H8



Beispiele für die Zeilen 1, 5 und 9



Beispiel für die Spalten A, E und I



Beispiel für die Blöcke 1, 5, 7 und 9

2.2 Begriffe zu Positionen

Begriff	Kurze Erklärung
2-Werte Zelle	Eine Zelle, in der noch genau 2 Kandidaten möglich sind.
Subset	Ein Subset (auch Untermenge oder Teilmenge) besteht aus N verschiedenen Kandidaten, die sich in N Zellen eines Hauses befinden.
Nacktes Paar	Ein Subset mit N=2, also zwei Kandidaten in zwei Zellen in einem Haus. Jede Zelle eines nackten Paares ist natürlich eine 2-Werte Zelle.
Triplet	Ein Subset mit N=3, also drei Kandidaten in drei Zellen in einem Haus. Nicht alle Kandidaten müssen in allen Zellen vorkommen.
Starkes Paar	Die letzten zwei gleichen Kandidaten in einem Haus (conjugate pair).

2-Werte Zellen

Beispiele für nackte Paare

Beispiele für Triplets

Starke Paare (nicht alle markiert)

3 AIC - Alternating Inference Chain

3.1 AIC Einführung

Ein Link ist die Verbindung von zwei Kandidaten innerhalb eines **Hauses**. Unterschiedliche Ziffern können nur innerhalb einer Zelle verbunden werden. Es gibt zwei Arten von Links:

Strong Links (starke Bindungen) liegen vor, wenn ein falscher Startkandidat einen richtigen Zielkandidaten zu Folge hat. Dazu hat man genau zwei Möglichkeiten:

- Start- und Ziel haben die gleiche Ziffer und es gibt genau zwei davon im Haus
- Der Link wird innerhalb einer 2-Werte-Zelle gebildet.

Weak Links (schwache Bindungen) liegen vor, wenn von einem richtigen Kandidaten aus auf einen möglicherweise falschen Kandidaten gegangen wird. Auch hierzu gibt es zunächst zwei Möglichkeiten:

- Start- und Zielzelle haben die gleiche Ziffer, aber es gibt weitere Kandidaten mit dieser Ziffer als Ziel im gleichen Haus.
- Der Link wird innerhalb einer Zelle mit mehr als 2 Ziffern gebildet.

Achtung: Nach Definition ist jeder starke Link auch ein schwacher Link.

Unter einer **Chain** (Kette) versteht man die Aneinanderreihung von Links.

Unter einer **Alternating Chain** (alternierenden Kette) versteht man die Aneinanderreihung einer beliebigen Zahl von wechselnden Links, also immer stark → schwach → stark und so weiter oder aber auch schwach → stark → schwach.

Eine **Alternating Inference Chain (AIC)** ist eine Kette, die einen Rückschluss zulässt. Es handelt sich immer um eine Kette, die mit einem strong Link startet, mit einem Strong Link endet und aus einer ungeraden Anzahl von mindestens 3 Links besteht. Für diese Art der Links kann man sich folgendes überlegen:

Der Startkandidat oder der Endkandidat muss richtig sein.

Es können auch beide richtig sein, aber das kommt wohl seltener vor. Auf jeden Fall hat die Eigenschaft, dass mindestens einer der beiden Kandidaten richtig ist, die folgende Konsequenz, um Lösungsmethoden mittels AIC zu konstruieren.

Sind Start- und Endkandidat gleich, dann müssen alle Kandidaten mit der gleichen Ziffer falsch sein, die beide Kandidaten sehen können.

Es folgt noch eine Liste von Eigenschaften einer AIC:

- Beginnt und endet mit einem starken Link
- Die Anzahl der Links ist unbeschränkt und ungerade
- Mindestens einer der beiden Start- und Endpunkte muss richtig sein
- Ein AIC kann in beiden Richtungen gesehen werden und liefert die gleichen Ergebnisse.

Es gibt keine Methoden, einen Link zu finden, es ist reine Erfahrung.

3.2 AIC Type I

Zu den allgemeinen Eigenschaften eines AIC am Ende des letzten Abschnitts hat ein AIC Type I noch die zusätzlichen folgenden Eigenschaften und Folgerungen:

- Start- und Endkandidat haben die gleiche Ziffer
- Sieht ein Kandidat Start- und Endzelle, dann muss er falsch sein und kann entfernt werden.

Die im Kapitel 6 eingeführten X-Chains und in Kapitel 10 dargestellten XY-Wings sind einfache Beispiele des AIC Type I. Diese werden durch spezielle Formen gekennzeichnet, die leichter in einem Puzzle zu finden sind als die hier beschriebenen allgemeinen Lösungen. Der allgemeine Type I ist oft komplex zu finden und für Anfänger keinesfalls geeignet.

Es folgen nun ein paar Beispiele für AIC Type I, bei denen alle Kandidaten mit der gleichen Ziffer, die Start- und Endzelle sehen, gelöscht werden. Es dürfen dabei auch Kandidaten gelöscht werden, die Teil der Chain sind (Kannibalismus). Links innerhalb von 2-Werte-Zellen werden dabei der Übersichtlichkeit halber nicht angezeigt.

4	5	5	1	2	9	6	6	3
1	3	9	5	7	6	7	6	4
8	2	6	1	3	1	3	1	9
2	9	1	7	1	6	3	4	5
3	4	5	1	3	1	9	1	7
6	5	6	4	5	5	2	9	3
3	4	6	2	3	4	5	1	7
5	1	3	6	3	8	2	3	4
3	4	4	2	1	3	1	5	3
7	9	8	7	7	7	7	5	6

4	7	3	2	5	1	8	9	6
9	2	1	8	3	6	4	7	5
6	6	5	2	7	4	1	3	1
2	5	6	2	1	2	8	5	4
3	1	7	8	6	4	5	7	2
2	5	6	5	6	4	7	2	3
1	2	5	9	7	9	3	8	2
7	5	5	9	7	9	3	8	6
2	4	6	5	1	2	6	4	5
7	4	6	5	1	7	9	7	9
1	5	3	4	6	2	1	5	1
7	8	3	7	8	9	7	9	7

5	6	5	3	8	2	1	6	4
1	6	7	9	7	9	4	2	3
7	8	4	9	7	6	5	9	8
9	2	4	6	5	7	8	8	3
5	5	7	1	3	9	6	4	4
3	1	6	2	4	7	8	5	9
2	3	9	4	1	6	8	7	5
4	6	8	5	7	3	1	2	1
1	7	3	1	9	8	2	4	1
7	7	5	9	8	2	4	1	6

2	8	6	1	3	4	5	5	7
3	1	3	7	2	5	8	6	4
5	7	4	6	3	3	2	1	3
7	6	4	7	5	2	5	6	3
3	6	5	6	8	4	7	2	5
1	5	6	2	9	5	6	4	8
4	5	6	1	8	7	2	3	9
7	6	2	1	3	4	1	5	6
8	3	1	3	3	4	9	8	5
7	9	9	5	1	5	6	4	7

3.3 AIC Type II

Auch der AIC Type II gehört zu den fortgeschrittenen Techniken und ist für Anfänger ungeeignet. Zu den Eigenschaften eines AIC am Ende des letzten Abschnitts hat ein AIC Type II noch die zusätzlichen folgenden Eigenschaften und Folgerungen:

- Start- und Endzelle haben Kandidaten mit **unterschiedlichen** Ziffern.
- Start- und Endzelle müssen im **gleichen Haus** liegen.
- Die Startziffer kann aus der Endzelle und die Endziffer kann aus der Startzelle entfernt werden.

Es folgen nun ein paar Beispiele für AIC Type II, bei denen (falls vorhanden) Startwert in der Endzelle und Endwert in der Startzelle gelöscht werden. Es kann sein, dass kein Wert, ein Wert oder zwei Werte gelöscht werden können.

4 9	4 5 7 8	6	1 5	1 7	5	2	3	4 5 8	1 9	6 2	← 2 →	5 7	6 4	8	1	4 7	4 5 7 9	3
1	3	5 8	4	6	9	5 7 8	2	5 7 8		3	1	4	6 7	6 9	5 6 9 7 8 9	2	5 7 8	
4 9	4 5 7	4 5 2	8	1 5	3 7	3 1		4 5 9	6	4	5 7 9	6 9	← 8 →	1	← 3 →	2	5 7	5 6 7 6
7	5 6 1 5	3 9	1 5 6	1 2 3 9 8 9	3 8	1 2 5 6	5 6 8	4		4	6 7 9	6 9	← 8 →	1	← 3 →	2	5 7	3 5 6 7 7
4 6	2	4 5 1 3	1 5 6	3 7 8	5 7 8	4 6 7 8	9	1 5		2	5 7	1	4 7	← 4 →	← 3 →	7	3 6 5 3	9
8	4 5 6 4 5	1 9	1 5 6	1 2 9 7	5 9 7	4 6 7	5 6 7	3		5	4 6 8	2 3	3 8 9	1	6 7 8 9	6 7 8 9	7 8 9	2
4 6	9	4 8	2 3 7	4 8	3 8	5 8	1	2		5	4 6 7	2	3 7 9	3 8 9	6 7 8 9	7 8 9	7 8	2
3 6	← 1 →	7	2 8 9	← 3 →	← 3 →	← 6 →	4	5 6 8 9		9	8	5	2 7	2	4 6 7	4 6 7	1 4 6	1

Optimal ist eine AIC Type II, wenn Start- und Endzelle ein nacktes Paar bilden. Dann hat man direkt die Lösung für diese beiden Zellen, zwei Beispiele folgen.

4 7	6 7	8	4 7	6 7	1	3	2	4 7	5 9	6 1	5 8	2	8	3	7	9 4	1 5	5
9	1	2	5	7	4	6 8	6 8	3		9	1 8	1 8	1 8	← 2 →	← 5 →	2 5	5 8	3
3	4 5 7	4 5 7	8	9	6	2	1	4 7		3	1 8	9	6 5 8	2 1 2	4 5	2 6 5 6	5 8	5 6
2 4 5 6	2 4 5	1 4 5 6	3	1 2 7	7	9	4 6	8		3	1 8	9	6 5 8	2 1 2	4 5	2 6 5 6	5 8	7
2 7	6 7	2 3 7	1 9	3 8	1 7	2 7	2 7	8		7	6 8	4 5	9	7 7	3	6 8	1	5 6
4 7	9	8	6 1 2	5	1 4 7	2 4 7	2 4 7			7	6 8	1 5 8	1 5	2 5 8	4 3	2 5 8	9	
2 5	7	9	4	6	3	5 8	2 1	1		1	7 2	3	2	6	8	5	9	4
8	2 3 4	4 3	7	5	1	4 6	9 2	9		2	9 6	7	4	5	1	3	8	
1	6	4 5 3	2	8	9	4 5 7	4 7			4	4 8	3	1	9	7 6 7	6 7	2	

4 X-Wing

In diesem Abschnitt werden wir nur Beispiele geben, bei denen die beiden gesuchten Kandidatenpaare in den Zeilen zu finden sind. Aus Symmetriegründen gilt das natürlich völlig analog, wenn man sich die Situation um 90 Grad gedreht vorstellt und die Bedeutung von Zeilen und Spalten vertauscht. Dies gilt für alle Beispiele in diesem Dokument.

4.1 X-Wing Basic

		5						
		5				5		
		5						
5						5	5	
		5				5		
5	5		5		5	5		

Bei einem X-Wing sucht man für einen Kandidaten (hier im Beispiel die 5) zwei Zeilen, in der der Kandidat genau 2x in den beiden gleichen Spalten vorkommt. Hier gilt das für die Zeilen 3 und 7 mit den Spalten C und G.

Man kann sich leicht überlegen, dass die 5 nur in den gegenüber liegenden Zellen C3 und G7 oder C7 und G3 vorkommen kann. Damit sind alle anderen Kandidaten mit dem Wert 5 in den Spalten C und G ausgeschlossen.

Die rot markierten Kandidaten können gelöscht werden.

1 5	1 3 4 5	8	2	6	1 3 4	1 3 4	9	7
1 7 9	2	1 3 9	8	5	1 3 4 7	1 3 4	1 3 4	6
1 7	4	6	7 9	1 9	4 3	5	8	2
4	5 3 8	2 3 5	1	7	9	6	2 3 5	3 5 8
1 2 9	1 3 9	1 2 3 9	5	8	6	1 3 4 7	1 2 3 4 7	1 3 4
1 5 8	6	7	3	4	2	1 8	1 5	9
3	1 5 7 8	4	6	2	1 7	9	1 5 7	1 5 7 8
1 2 8	1 7 8	1 2	4 7 9	1 3 9	5	1 3 7 8	6	1 3 4
6	9	1 5	4 7	1 3	8	2	1 3 4 5	1 3 4 5

Es folgt noch das Beispiel eines konkreten Puzzles, in dem der X-Wing für die Ziffer 8 in den Spalten B und I mit den Zeilen 4 und 7 vorkommt. Dadurch kann die 8 aus den Zellen B8 und I8 gelöscht werden.

4.2 X-Wing Finned

5		5		5			
		5				5	
5	5	5				5	
		5					
						5	5
5						5	
		5				5	
5	5		5		5		

Ein Fined X-Wing (finnischer X-Wing) ist wie ein normaler X-Wing, der zusätzlich in einer einzigen Ecke gestört sein darf. Hier dürfen im gestörten Block in der Zeile ein oder zwei zusätzliche Kandidaten erscheinen. Im Beispiel ist es die obere linke Ecke mit den lila gekennzeichneten Kandidaten in den Zellen A3 und B3.

Durch die Störung dürfen nicht mehr alle Kandidaten aus den Spalten gelöscht werden, sondern nur noch die Kandidaten in der Spalte des gestörten Blocks (hier C1 und C2).

4.3 X-Wing Sashimi

5		5					
		5				5	
5	5	8				5	
		5					
				5		5	5
5		5				5	
		5				5	
5	5	5	5		5		
		5					

Ähnlich wie ein finned X-Wing ist ein Sashimi X-Wing in einer Ecke gestört. Dabei müssen ein oder zwei zusätzliche Kandidaten in der Zeile des Blocks vorhanden sein. In der Zelle selbst aber können beliebige andere Kandidaten stehen oder es kann schon ein Wert festgelegt sein (hier 8).

Wie beim finned X-Wing dürfen dann nur noch die Kandidaten aus der Spalte im gestörten Block entfernt werden.

5 Swordfish

Im Prinzip lässt sich ein Swordfish auf einen X-Wing zurückführen. Er besteht statt aus zwei Zeilen und zwei Spalten aus 3 Zeilen und 3 Spalten. Dabei reicht es, wenn die Kandidaten in jeder Zeile nur 2x vorkommen. Die 6 bis 9 Kandidaten müssen nur auf 3 Zeilen verteilt sein und müssen in den 3 gleichen Spalten stehen.

Eine Erweiterung des Swordfish auf 4 Zeilen und 4 Spalten geht analog und dieses Konstrukt nennt man dann Jellyfish. Darauf wird hier nicht mehr genauer eingegangen.

5.1 Swordfish Basic

	5				5
		5	5		
5					5
	5				
5		5			5
		5		5	
	5				
5		5			
					5

Das Bild zeigt einen Swordfish, bei dem die 2 oder 3 Kandidaten in den Zeilen 3, 5 und 8 und in den Spalten B, E und I vorkommen.

Alle anderen Kandidaten in den beteiligten Spalten können gelöscht werden.

5.2 Swordfish Finned

	5				5			5
			5	5				
	5							5
	5							
	5							5
	5		5	5	5			5
				5			5	
	5							
	5			5				
								5

Wie beim finned X-Wing darf in einem einzigen Block eine Störung vorliegen, indem zusätzliche Kandidaten in der Zeile stehen (hier in Block 5 die lila gekennzeichneten Kandidaten in den Zellen D5 und F5).

Dann dürfen nur noch im gestörten Block die überflüssigen Kandidaten aus der Spalte gelöscht werden.

5.3 Swordfish Sashimi

Wie beim Sashimi X-Wing können im gestörten Block in der Zelle statt des Kandidaten beliebige andere Kandidaten oder eine feste Zahl stehen. Gelöscht werden dann wie beim finned Swordfish nur noch die Kandidaten in der oder den Spalten des gestörten Blocks.

6 X-Chains

Wie im Kapitel zu AIC beschrieben, können sie genutzt werden, um Lösungsmethoden zu konstruieren. Eine X-Chain ist eine spezielle AIC mit folgenden Eigenschaften:

- Alle Links haben nur die gleiche Ziffer (daher X als Stellvertreter für diese Ziffer).
- Die Chain besteht aus einer ungeraden Anzahl von mindestens 3 Links.
- Die Chain beginnt und endet immer mit einem Strong Link.
- Die Links alternieren, also strong → weak → strong ...

Zur Erinnerung 1:

Bei einer X-Chain ist immer mindestens ein Kandidat wahr, Start oder Ende. Jeder Kandidat, der somit beide Kandidaten sieht, muss falsch sein.

Zur Erinnerung 2:

Jeder strong Link kann auch als weak Link gesehen und genutzt werden.

Die folgenden Konstruktionen sind nicht streng, die durch die 3 Links gegebenen Formen sind nicht so fest vorgegeben, dass man eindeutig die Methode bestimmen könnte.

6.1 Turbot Fish

Der Turbot Fish (Steinbutt) ist eigentlich auch der Oberbegriff für weitere Methoden wie 2-String Kite oder Skyscraper. Eigentlich ist es nichts anderes als eine X-Chain, also einer Chain, die aus genau drei Links strong → weak → strong mit der gleichen Zahl besteht.

Vorgehensweise: Man sucht ein Haus, in dem es genau zwei Kandidaten A und B einer Zahl gibt. Dann sucht man ein anderes Haus, das man mit einem Link mit einer der beiden Zahlen, die wir B nennen, verbinden kann. Wenn der Block genau zwei Kandidaten mit der Zahl enthält. Dann hat man einen Turbot Fisch gefunden. Jeder Kandidat, der vom Startkandidaten A und vom Endkandidaten E im Block gesehen wird, muss dann falsch sein.

		5						
5			5	5	5	5	5	5
5	5	5						
5	5	5		5				
5	5	5						

Zunächst finden wir ein Haus mit genau zwei Kandidaten, hier Spalte E. Dann finden wir das Haus Block 1 mit ebenfalls genau zwei Kandidaten. Wir haben nun den Turbot Fish mit Anfangspunkt C1 und Endpunkt D8. Der Kandidat C8 wird von Anfangs- und Endpunkt gesehen werden und muss daher falsch sein.

Der ebenfalls von Anfangs- und Endpunkt aus gesehen Punkt E1 kann den Kandidaten nicht enthalten, sonst wäre der Link von E3 nach E8 nicht mehr strong.

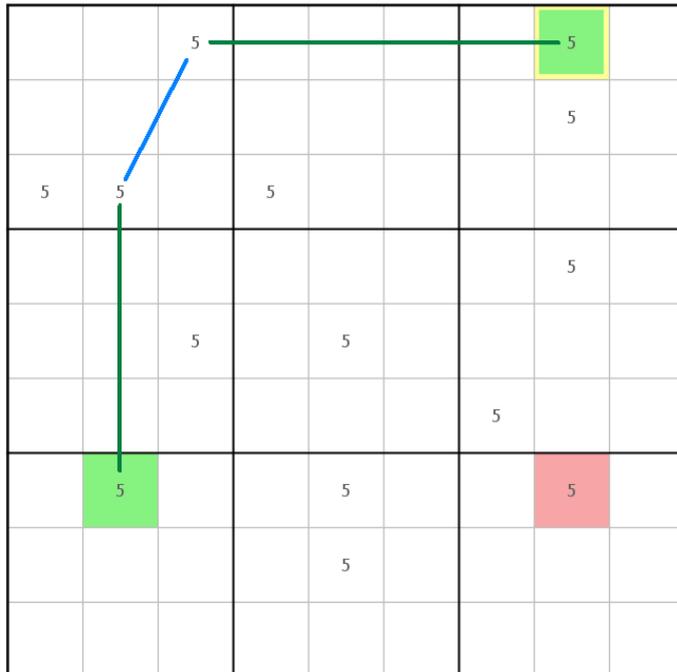
7			3	2		1	4	5
	8 9	8 9			6			
4	1 3	1 3	9	1 6	1 5 6	3 6	2	3
	5 8	8		7 8	8	7		7
1 5 6	1 3	5	2	4	1 6	1 5 6	3 6	6 8
				7	7 9 7 9	7 9 7 9		9
1 5	1 5	1 3	6	3 9	2	4 8	1 9	
	9 7 9 7 9	3 3		1 5 4		3		6
2		8 9 8 9	1			7 9 7 9		9
1			7	3 8 9		2 5	1 3	
	6 4			8 9				9
3	2	1 6	8	4	1 9	5	1 6	
	7	7					7 9 7 9	
1 6 9	4	1 6 9	5	1 6 9	7	8 3	2	
8	1 7 9	5	2	1 6 9	3		1 6 9	4

Hier nun ein Beispiel aus einem konkreten Puzzle.

Zunächst findet man die beiden 9er in Zeile 7. Dann findet man Block 5 ebenfalls zwei Kandidaten. Zeile 7 und Block 5 verbindet man mit einem weak Link. Der Kandidat 9 aus der gemeinsam sichtbaren Zelle I4 kann gestrichen werden.

Klar ist, dass man in beiden Beispielen auch umgekehrt hätte vorgehen können. Hier konkret bei Block 5 beginnen und in Zeile 7 enden. Es drehen sich nur Anfangs- und Endpunkt um, das Ergebnis bleibt das gleiche.

6.2 Two-String Kite



Wie bereits bemerkt, ist der Two-String-Kite (2-Schnur-Drachen) eine spezielle Art eines Turbot-Fish. Die gesuchten zwei Häuser mit den beiden Kandidaten sind eine Zeile und eine Spalte. Der Block mit der Schnittstelle wird dann für den weak Link genutzt. Daher kommt es häufig vor, dass der weak Link im Block diagonal ist.

Die Zelle H7 wird von Start- und Endzelle aus gesehen und kann somit gelöscht werden.

7	6	3	5	1	9	8	2	4
1	2	<small>8 9</small>	7	<small>4 6 4</small>	<small>8</small>	3	5	<small>6 9</small>
<small>5 9</small>	<small>5 8 9</small>	4	<small>2 6</small>	3	<small>2 8</small>	7	<small>6 9</small>	1
6	<small>8 9</small>	2	<small>3 8 9</small>	<small>5 9</small>	<small>5 3</small>	4	1	7
3	<small>7 5</small>	<small>1 5</small>	<small>8 9 7</small>	<small>4 7</small>	<small>1 4</small>	<small>2 9</small>	<small>6 8 9</small>	<small>2 6 9</small>
4	<small>7 8 9</small>	<small>1 8 9</small>	<small>2 6 7</small>	<small>6 1 2</small>	<small>5 8 9</small>	5	<small>8 9</small>	3
8	4	6	<small>3 9</small>	2	<small>5 3</small>	1	7	<small>5 9</small>
2	3	<small>5 9</small>	1	<small>5 9</small>	7	6	4	8
<small>5 9</small>	1	7	4	8	6	<small>2 9</small>	3	<small>2 5</small>

Hier noch ein konkretes Beispiel aus einem Puzzle.

Der Kandidat 9 kommt in Zeile 7 und Spalte G jeweils genau 2x vor. Beide Häuser schneiden sich in Block 9 und werden dort durch einen weak Link verbunden.

Die Zelle D5 ist von Start- und Endzelle aus sichtbar und daher kann der Kandidat 9 entfernt werden.

6.3 Skyscraper

						5		5
				5				
	5		5			5	5	
				5				
					5			
					5			
	5			5	5	5		5

Beim Scyscraper (Wolkenkratzer) beginne man mit der Suche in den Spalten (oder in Zeilen) und sucht zwei Spalten mit jeweils 2 Kandidaten, die man über eine Zeile verbinden kann.

Im Bild habe ich die Links statt mit Linien mit farblichen Zellen gekennzeichnet. Die Form macht klar, woher der Name dieser Technik kommt.

Alle von Start- und Endzelle sichtbaren Kandidaten können gelöscht werden. Im Beispiel sind es die Kandidaten in den Zellen G3 und H3. In den ebenfalls sichtbaren Zellen A1, B1 und C1 ist kein Kandidat zum Löschen.

9	2	3	7	4	1	8	6	5
<small>6</small>	4	<small>1 6</small>	<small>5 6</small>	9	<small>2 5 6</small>	<small>1 2 7</small>	<small>2 7</small>	3
5	7	<small>1 6</small>	8	3	<small>2 6</small>	<small>1 2</small>	4	9
1	<small>5 3 8 9</small>	4	<small>5 3 7 8</small>	<small>2 5 7 8 9</small>	6	<small>2 3 7</small>	2	
<small>2 3 8</small>	<small>3 5 6 8</small>	7	<small>3 1 2 5 6 8</small>	<small>5 6 8</small>	9	<small>1 2 3</small>	4	
<small>2 3 6</small>	<small>3 6 9</small>	2	4	<small>1 2 7 9</small>	5	<small>1 2 3 7</small>	8	
<small>2 3 8</small>	<small>3 8</small>	5	1	<small>7 8</small>	4	<small>2 7</small>	9	6
4	1	<small>2 8</small>	9	6	<small>7 8</small>	3	5	<small>2 7</small>
7	<small>6 9</small>	<small>6 9</small>	2	5	3	4	8	1

Wieder ein konkretes Beispiel aus einem Puzzle.

In den Spalten C und H kommt der Kandidat 2 jeweils 2x vor. Die beiden Spalten können über die Zeile 8 mit Hilfe der 2 verbunden werden.

Alle von Startzelle C6 und Endzelle I4 sichtbaren Kandidaten mit dem Wert 2 können gelöscht werden, in diesem Fall nur die 2 aus Zelle H6, G6 ist schon gelöst. In Zeile 4 von Block 4 gibt es auch keine weiteren Kandidaten der Ziffer 2.

6.4 Komplexe X-Chains

Es wurden bisher ein paar spezielle Formen wie 2-String-Kite oder Skyscraper dieser Ketten vorgestellt, die aus genau 3 Links bestehen. Die Grundidee war, zwei Kandidaten über eine Folge von AIC zu verbinden und Kandidaten auszuschließen, die Start- und Endzelle sehen können. Komplexere X-Chains mit 5, 7, 9 oder mehr Links verfolgen das gleiche Ziel. Es gibt aber keine speziellen Formen mehr, so dass man auch keine Namen mehr vergibt.

Es kostet eine Menge Erfahrung, komplexe Wege zu finden, um zwei Kandidaten über eine ungradzahle Link-Folge zu verbinden, die dann ja auch noch zusätzlich zwischen strong und weak wechseln müssen. Die Anzahl der möglichen Zellen, aus denen gelöscht werden kann, wächst bis auf 6, wenn sich Start- und Endzelle in der gleichen Rinne befinden. Sonst sind es maximal 2 Kandidaten und oft bleibt nur ein einziger über.

Es folgen nun ohne Kommentar ein paar Beispiele.

7	6	2	2	1	8	3	4	5	4	2	2	2		
1	3	5	2	4	9	8	7	6	7	6	7	6		
4	9	4	8	5	7	6	1	3	9	2	9	9		
2	5	8	4	9	5	6	2	7	1	3	8	9		
3	5	6	1	7	5	6	8	2	2	5	9	4		
4	7	1	6	8	9	5	3	4	2	2	2	2		
7	5	2	2	3	3	1	4	9	8	7	5	6		
8	4	5	9	9	3	6	2	7	4	5	4	5	6	1

7	8	6	1	5	9	4	7	6	4	2	2	6	2	6	3			
9	7	8	2	1	5	7	5	6	3	4	1	5	7	8	6			
4	7	6	3	1	2	5	8	1	2	6	5	9	7	2	6			
1	6	4	6	4	6	8	2	5	3	7	9	9	2	6	6			
2	5	8	9	4	3	7	1	5	6	8	8	2	6	8	8			
1	2	5	8	3	7	6	9	1	2	5	4	2	2	8	8			
2	6	4	2	4	6	2	1	4	2	6	6	3	5	9	5			
7	6	4	7	9	4	8	7	8	7	8	1	3	5	6	7	6	9	4
3	4	5	7	4	6	7	5	4	5	6	9	8	2	1	7	7	7	7

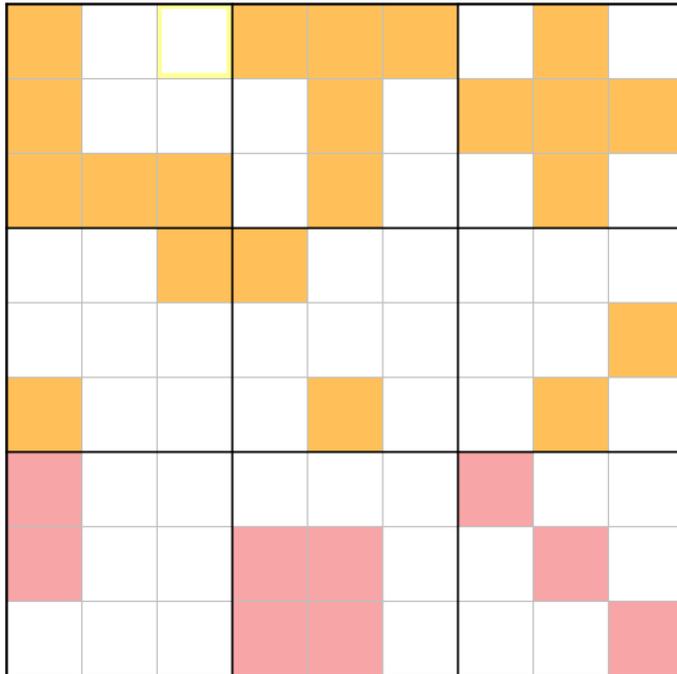
1	2	3	2	2	2	8	2	4	7	6	9	4		
9	5	6	7	6	1	8	4	2	3	3	5	6		
7	8	7	4	3	7	6	1	7	9	7	5	5		
4	6	4	6	8	7	3	1	5	6	9	9	9		
3	6	1	2	4	5	8	2	3	8	7	6	6		
7	5	3	2	6	8	4	7	1	2	9	7	6		
4	3	4	3	5	6	1	7	2	3	7	1	2	2	
7	6	7	6	7	6	2	5	4	2	3	9	1	2	8
2	4	1	8	1	5	7	9	7	9	9	6	4	5	3

1	8	9	7	4	5	8	2	3	9	6	3	6					
3	2	5	2	1	6	1	9	4	7	8	5	8					
6	4	8	9	2	3	7	5	3	5	9	3	1					
8	1	2	3	2	3	1	5	4	6	5	3	2	3	5	9		
7	5	6	4	3	9	2	8	1	5	7	7	5					
2	1	2	3	2	3	7	1	5	8	5	6	2	3	5	6	9	
4	5	5	3	3	5	6	3	1	5	9	4	5	5	6	9	9	
7	5	7	8	5	8	7	8	2	4	5	7	5	6	4	5	6	3
4	2	2	3	6	5	9	7	4	3	1	4	8	8	5	9	7	9

Die Slot Machine Methode aus Kapitel 23 kann helfen, diese Chains zu finden.

7 Empty Rectangle

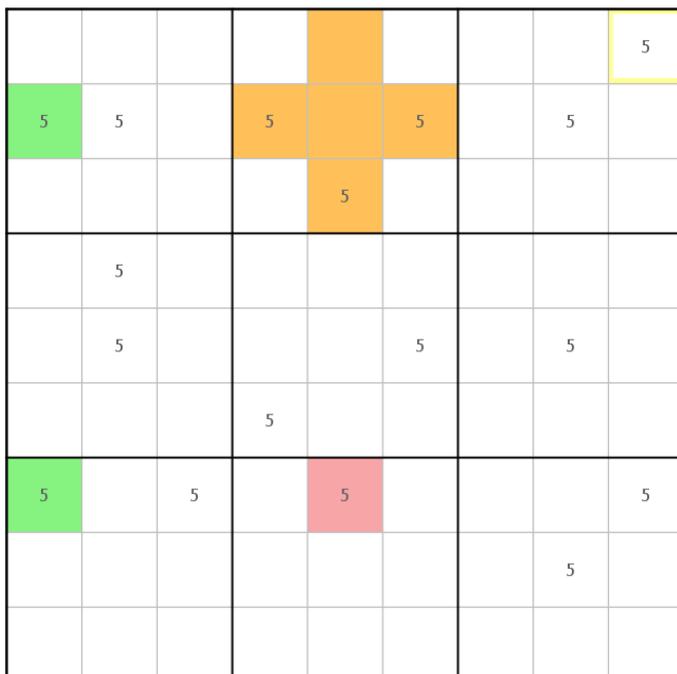
Der Name Empty Rectangle (leeres Rechteck) ist hier ein wenig verwirren. Die Grundform ist so, dass in einem Block alle Kandidaten in einer Zeile und einer Spalte liegen müssen. Dabei reicht es aus, wenn es in der Zeile und der Spalte jeweils nur einen Kandidaten gibt. Sind es nur 2 Kandidaten, dann hat man mehrere Möglichkeiten zur Auswahl der Zeilen und Spalten. Das folgende Bild zeigt in den Blöcken 1 bis 3 die Grundformen L, T und Kreuz, die natürlich noch gedreht und gespiegelt werden können. Es müssen nur 2 Felder der Grundform mit Kandidaten so belegt sein, dass nicht beide Kandidaten nur in einer Zeile oder Spalte liegen. Beispiele für erlaubte Positionen sind in den Blöcken 3 bis 6, Beispiele für verbotene Positionen in den Blöcken 7 bis 9.



Sind nur 2 Positionen belegt, dann hat man oft mehrere Möglichkeiten, das Muster zu vervollständigen. Das bedeutet aber auch, dass man in der Folge mehrere Möglichkeiten hat, ein Muster zum Ausschluss von Kandidaten zu finden.

Oft kann man dann aber auch statt der Empty Rectangle Methode die aus dem letzten Kapitel beschriebene X-Chain Methode verwenden, um zum gleichen Ergebnis zu kommen.

In der Folge sprechen wir immer von der Zeile und der Spalte und denken uns das gegebene Muster vervollständigt, so dass es einem L, T oder Kreuz entspricht.



Man geht von einem Schenkel des Empty Rectangels aus (hier im Beispiel der Zeile) und sucht ein verlinktes Haus mit genau 2 Kandidaten, was hier in Spalte 1 der Fall ist. Die Zelle, die vom verlinkten Haus aus und dem Empty Rectangel aus sichtbar ist, kann nicht wahr sein, der Kandidat kann gelöscht werden.

Wäre im Beispiel A7 wahr, dann ist E7 falsch. Wäre dagegen A2 wahr, dann muss auch E3 wahr sein. Aber wenn E3 wahr ist, ist E7 auch falsch. E7 ist also in jedem Fall falsch, da es in Spalte 1 nur 2 Kandidaten gibt.

Es ist klar, dass die Argumentation völlig identisch läuft, egal von welcher Grundform L, T oder Kreuz wir ausgehen und wie die Orientierung im Block ist. Da es so viele Möglichkeiten gibt, eine Formation als Empty Rectangel zuzuordnen, ist es eventuell einfacher, eine Zeile oder Spalte mit nur 2 Kandidaten zu suchen und dann zu schauen, ob es einen geeigneten Block gibt, um eine Zelle als Kandidat auszuschließen. Diese Vermutung wird durch die Beispiele untermauert. In 3 von 4 Fällen besteht das Kandidatenpaar sogar aus nackten Paaren. Es erfordert sicher viel Erfahrung, diese Methode anzuwenden, insbesondere bei der Papier & Bleistift Methode.

Es folgen nun ein paar Beispiele aus konkreten Puzzles, die nicht weiter kommentiert werden. Beim Empty Rectangel sind die ergänzten Felder ohne Kandidaten etwas heller eingefärbt.

1 2	4	3	4	3	1	2	2	5	6	7
9	2	1	6	1	2	5	4	2 3	2 3	
5	2	6	6	4	2	3	2	2	1	
7	6	5 6	2	1	6	3	4	5	3	
4	6	2	5	3	3	6	1	7	9	5
3	1	5 6	5	4	2	6	2	8		
8	2 3	3	6	5	1	2 3	2 3	4		
1 2	4	1	3	9	2 3	2	2 3	1 2 3	5	6
6	5	1 3	3	2	2 3	1 2 3	2 3	1 2 3	2 3	

5	1	3	3	7	4	1 2 3	6	2	2	
6	3	4	5 6	2 3	2 3	1	2	2	2	
1	6	2	1	6	9	1	3	4	5	
3	5	6	1	6	4	2	8	9		
1	9	1	2	7 8	5	4	6	3		
2	4	6	3	6	9	7	5	1		
8	6	5	4	1	2	9	3	2		
4	1	3	2 3	2 3	2 3	5	1 2	6		
1	1	3	2 3	5	5	6	8	1 2	4	

2	9	1	6	3	4	5	1	6		
6	3	4	6	4	6	1	5	2	9	
5	1	6	8	2	4	6	4	1	3	1
1	6	8	1	3	9	4	3	2	1	3
9	5	3	1	2	6	7	3	8	4	
4	1	2	5	3	8	1	3	1	3	1
8	1	1	6	4	6	2	5	1	3	3
3	2	1	4	5	1	1	7 8 9	6	1	
1	1	6	5	3	8	1	7 9	4	2	

1	8	4 5	3	4	6	5 6	7	4 5 6	2	4 5 6
6	2	7	4	3	9	5	4 5 8	4 5 9	1	1 3
4 5	5	3	4 5	3	3	2	1	7	5 6	8
3	5	6	8	9	2	1	4	5		
2	5	8	1	6	1	5 6	4 5 6	3	5 6	5 6
5	4	1	6	3	5 6	8	5 6	2		
5	5 6	3	9	2	4	3	6	5 6	1	5 6
4 5	5 6	3	2 3	1	3	1	6	3	2	4 5 6
4	1	4	2	5	6	9	4	2	3	4 6

8 Unique Rectangles

Der Ausdruck Unique Rectangel (eindeutiges Rechteck) bezeichnet eine Lösungsmethode, bei der man Kandidaten ausschließt, bei deren Wahrheit das Sudoku zu mehreren Lösungen führen würde. Da ein korrektes Sudoku eine einzige Lösung besitzen muss, ist dies eine richtige und erlaubte Vorgehensweise, da man höchstens bei inkorrekten Sudokus Lösungen ausschließt, aber noch immer zu einer Lösung kommt.

1 2		1 2		4 5			4 5	
1 2		1 2						
				4 5			4 5	

Im linken Beispiel mit den Kandidaten 1 und 2 könnte man, selbst wenn das Puzzle sonst vollständig gelöst wäre, in den verbleibenden Zellen die Kandidaten vertauschen. Man hätte zwei Lösungen für das gleiche Puzzle, das Muster ist daher illegal.

Im Beispiel Fall mit den Kandidaten 4 und 5 würde sich dieser Widerspruch schon beim Lösen des Puzzles auflösen und zu einer eindeutigen Lösung führen. Die restlichen Kandidaten würden bestimmen, welche Werte die Zellen annehmen müssen.



Das Beispiel zeigt, dass die Unique Rectangle Methode nur dann verwendet werden kann, wenn die Paare in **genau 2 Blocks liegen und sich sehen können**.

In der Unique Rectangle Methode wird man also versuchen, das dargestellte Muster zu vermeiden. Das Muster kommt in dieser Form natürlich nicht direkt vor, sondern es wird durch zusätzliche Kandidaten gestört.

Je nach Störung der Zellen gibt es 7 unterschiedliche Typen, die alle auch mehr oder weniger unterschiedlich behandelt werden müssen und zu unterschiedlichen Ergebnissen führen. In den folgenden Abschnitten werden die Typen definiert und die Ergebnisse zusammengestellt.

8.1 Unique Rectangle Type 1

		5					5	
	9		1 2 3		5		9	
			5					
						5		9
		5						
	9	9		5	9	5	5	
5						5		
			5		5			
5	5			5		5		9
							5	
				9				

Beim Unique Rectangle Type 1 handelt es sich um die einfachste Variante. Genau eine Zelle ist gestört und enthält **einen oder mehrere** zusätzliche Kandidaten.

Die zwei Kandidaten (hier 5 und 9) können aus der gestörten Zelle gelöscht werden. Gab es nur einen zusätzlichen Kandidaten, dann ist der die Lösung für diese Zelle.

8.2 Unique Rectangle Type 2

		5	1	1	1		5	
1	1	1	1	1	1	1	1	1
			5		5		9	
						5		9
		5						
	9	9		5	9	5	5	
5						5		
			5		5			
5	5			5		5		9
							5	
				9				

Beim Unique Rectangle Type 2 sind genau zwei Zellen gestört. Diese Zellen müssen in einer Zeile oder einer Spalte liegen und müssen durch einen **einzigen** identischen zusätzlichen Kandidaten gestört sein, im Beispiel die 1.

Es ist klar, der Störkandidat muss in einer der beiden Zellen wahr sein.

Daher kann man alle Kandidaten des gleichen Wertes löschen, die die beiden störenden Kandidaten sehen.

8.3 Unique Rectangle Type 3

Beim Unique Rectangle Type 3 hat man genau zwei gestörte Zellen in einer Zeile oder Spalte mit zusätzlichen Kandidaten. Es unterscheidet sich das Vorgehen völlig von den anderen Typen. Hier interessiert man sich nicht für die Basiskandidaten des Unique Rectangles, sondern nur für die zusätzlichen Kandidaten. Die beiden gestörten Zellen bilden eine virtuelle Zelle, können also wie eine einzige Zelle angesehen werden. Nun sucht man zu den Störkandidaten weitere Zellen, so dass sich eine Kandidatengruppe bildet. Also N Kandidaten, die genau in N Zellen vorkommen.

Führt Type 3 nicht zum Erfolg, dann kann man Type 4 probieren.

		5	1		3		6	5	6	6
1 2		9			6			5	6	9
	6	6	6	6	5 6		5	4		
8	7 8	7	5 6	9	9	7 8	8			
				2 3			5 6	6	6	6
		9			9					9
		5					6			
	9	9			5 9		5 6	5		
5							5 6			
			5		5		6			
			9		9					
5	5			5			5 6			9
							6	5		
				9						

Im Beispiel links hat man im virtuellen Feld die zusätzlichen drei Kandidaten 1, 2 und 3. In der Zelle E2 hat man die Kandidaten 1 und 2 und in der Zelle I2 noch die Kandidaten 2 und 3.

Somit hat man hier drei Felder mit drei Kandidaten im Haus Zeile 2. Somit können alle nicht in diesen Feldern liegenden Kandidaten 1, 2 und 3 gelöscht werden.

1	3	2	8	5	5	4	6	6
9	6	7	3	1	4	2	5	5
4	4	5	2	9	6	7	1	3
5	6	2	9	7	4	1	3	5
4	5	1	1	5	6	8	3	2
7	7	4	4	6			6	5
3			3					
5	6	5	9	5	6	2	1	4
7	8	7	8	8			5	6
2	4	5	4	6	1	3	5	8
		9			9		6	6
3			3				7	9
8	6	8	9	8	4	7	6	7
				7	9		5	2
5	1	1	6	5	6	2	8	3
7	7	9						3
								6
								9
								9
								4

Im konkreten Beispiel zu Type 4 hat man in den gestörten Zellen das Kandidatenpaar 3 und 6. Diese Zahlen kommen auch in der Zelle G4 vor.

Virtuelle Zelle und G4 bilden zusammen ein nacktes Paar. Somit können alle anderen Vorkommen der Ziffern 3 und 6 aus Zeile 4 und Block 6 gelöscht werden.

8.4 Unique Rectangle Type 4

		5		5			5	
	9			5			9	
			2 3		2 3			
			5		5			
		9				5		9
		5						
	9	9		5	9	5	5	
5						5		
			5		5			
5	5			5		5		9
							5	
				9				

Beim Unique Rectangle Type 4 handelt es sich wohl um den am häufigsten vorkommenden Typ. Hier sind zwei in einer Zeile (oder Spalte) benachbarte Felder durch einen oder mehrere Kandidaten gestört.

Genau einer der beiden Kandidaten des Unique Rectangels kommt noch zusätzlich im gemeinsamen Haus der gestörten Zellen vor.

Hier im Beispiel kommt im Block 2 die 5 vor, die 9 aber nicht. Daher kann der zusätzlich vorkommende Kandidat aus den gestörten Zellen gelöscht werden. Die 9 muss bleiben, sonst gäbe es keinen anderen Kandidaten mehr im Block.

8.5 Unique Rectangle Type 5

		5	1	1	1		5	
	9						9	
1	1	1	1	5	1	1	1	1
			1	9	1	5	9	
			1	1	1			
		9				5		9
		5			1			
	9	9		5	1	5	5	
5			1			5		
			5		1	5		
				9				
5	5			5		5		9
							5	
				9				

Beim Unique Rectangle Type 5 ist sehr ähnlich zum Type 2. Allerdings sind hier sogar 3 Zellen mit einem einzigen zusätzlichen gleichen Kandidaten gestört. Dieser Kandidat muss in mindestens einer Zelle wahr sein.

Daher können alle Kandidaten der gleichen Zahl gelöscht werden, die alle drei Zellen sehen können.

8.6 Unique Rectangle Type 6

		5					5	
	9						9	
5			5		1 3	5		5
			9		9			
		9				5		9
		5	5					
	9	9	5	5	5	5	5	
5						5		
	5		4 5		5		5	
			7 9		9			
5	5			5		5		9
					5		5	

Beim Unique Rectangle Type 6 hat man zwei normale Unique Rectangle Zellen und zwei gestörte, die sich jeweils gegenüber liegen.

Kommt genau einer der Kandidaten in allen zwei Zeilen und zwei Spalten vor, dann kann dieser Kandidat aus den ungestörten Zellen gelöscht werden. Der andere Kandidat wird dann zur Lösung für diese Zellen.

Funktioniert das nicht, dann kann man versuchen, mit Hilfe von Type 7 zumindest einen Kandidaten zu löschen.

9	1	6	4	2	1 2	5	4	3	3
	8		4	4	7 8				8
5	1	2	6	3	1		9	4	
	4	8			8	7 8		7 8	
4	3	7	5	4	9	1	2	6	
	8		8	8					
	3	3			2	4	3	1	3
	6	6	5	7 8		8 9		5	8
	8	8 9 7						8	
4	3		1	9	5	6	2	4	3
	8	8					7	7 8	
2	4		3	1	7 8		6	4	5
	8 9 7					8 9		8	
7	5	4	1	9	3	6	8	2	
1	2								
		3					3		9
		8	7 8				7		
3	3		4	2		2		3	
6	6	9	4		4				
8	8		7 8	7 8	7 8	7 8	7	5	1

Das linke Bild ist ein Beispiel für einen Unique Rectangle Type 6 aus einem konkreten Puzzle.

Nur der Kandidat 8 kommt zusätzlich in den Zeilen 1 und 2 und den Spalten B und F vor, daher kann die 8 aus den nicht gestörten Zellen entfernt werden und der Kandidat 1 wird zum wahren Wert in den Zellen B1 und F2.

Käme auch der Kandidat 1 vor, aber nur in einer Zeile und Spalte, so könnte man versuchen, mit einem Unique Rectangle Type 7 weiter zu machen.

8.7 Unique Rectangle Type 7

Beim Unique Rectangle Type 7 (auch hidden Rectangle) enthalten entweder zwei diagonale oder gar drei Zellen zusätzliche Kandidaten. Hier beginnt man mit einer Zelle, die nur die beiden Kandidaten enthält und betrachtet die gegenüberliegende Zelle. Falls genau einer der beiden Kandidaten in einer Zeile oder Spalte dieser Zelle vorkommt, dann kann man den Kandidaten aus der Zelle löschen. Kommen beide Kandidaten oder keiner vor, dann kann man nichts weiter tun.

		5					5	
	9						9	
5			2 3 5 9		1 3 5 9		5	5
							5	9
		5	5					
	9	9	5	5	9	5	5	
5							5	
			4 5 7 9		5 9			
5	5			5		5		9
							5	

Im Beispiel links liegt die zu untersuchende rote Zelle D2 gegenüber der grünen Startzelle F7. Nur der Kandidat 5 kommt in Zeile 2 oder Spalte D vor, daher kann der Wert 5 aus der Zelle D2 gelöscht werden.

Wäre auch Kandidat 9 in einem der beiden Häuser Zeile 2 oder Spalte D, dann könnten wir nichts weiter tun.

Das konkrete Puzzle unten hat zwei Zellen, die nur die Unique Rectangle Kandidaten 6 und 7 enthalten. Startet man wie im linken Bild mit Zelle A2 und betrachtet die gegenüberliegende Zelle C6, so sieht man, dass nur der Kandidat 6 in Zeile 6 und Spalte C vorkommt, er kann gelöscht werden. Betrachtet man das wie im rechten Bild von der Zelle C6 aus, so findet man in Zeile 2 und Spalte A beide Werte 6 und 7, das Ausschließen eines Kandidaten ist daher nicht möglich.

9	1	2	7	6	5	2	3	4
7	6	5	2	3	4	1	5	8 9
2	3	4	8	1	9	2	6	7
4	2	5	6	9		1		
1	3	8	5	4		2	6	3
7	6	9	1	2	8	5	4	6
2	4	1 2	9	7	6	3	8	1 5
1	5	9	3	8	2	4	5 6	1 6
8	6	3	4	5	1	9	2	7

9	1	2	7	6	5	2	3	4
7	6	5	2	3	4	1	5	8 9
2	3	4	8	1	9	2	6	7
4	2	5	6	9		1		
1	3	8	5	4		2	6	3
7	6	9	1	2	8	5	4	6
2	4	1 2	9	7	6	3	8	1 5
1	5	9	3	8	2	4	5 6	1 6
8	6	3	4	5	1	9	2	7

9 BUG +1

Unter BUG versteht man eine Bi-Value Universal Grave (Universelles 2-Werte Grab), also eine Sudoku Stellung, bei der in allen ungelösten Zellen noch genau zwei Kandidaten vorkommen. Diese Positionen sind nicht mehr eindeutig lösbar. Das haben wir beispielsweise schon beim Unique Rectangel genutzt, um Kandidaten auszuschließen.

Beim BUG +1 ist das Puzzle eindeutig lösbar, da es noch einen einzigen zusätzlichen Kandidaten gibt. Es gibt eine einzige Zelle mit 3 Kandidaten, alle anderen Zellen haben nur 2 Kandidaten. Diese Stellungen kommen meist erst gegen Ende des Lösungsvorgangs zu.

7	1	8	2	9	4	6	5	3
4	2	6	⁵ ₈	3	⁵ ₈	9	¹ ₇	¹ ₇
9	³ ₅	³ ₅	6	7	1	2	4	8
3	9	⁴ ₅	7	⁴ ₆	⁵ ₆	8	¹ ₂	¹ ₂
2	8	⁴ ₇	9	1	3	⁴ ₇	6	5
6	⁵ ₇	1	⁵ ₈	⁴ ₈	2	⁴ ₇	3	9
5	4	9	1	² ₆	⁷ ₆	3	8	² ₇
1	³ ₇	² ₃	4	² ₈	⁷ ₈	5	9	6
8	6	² ₇	3	5	9	1	² ₇	4

Im Beispiel links hat nur die Zelle C8 noch 3 Kandidaten, alle anderen Zellen haben nur noch 2 Kandidaten.

Nun prüft man alle Häuser (Zeile 3, Spalte C und Block 7), in denen die Zelle C8 liegt und zählt die Anzahl der Kandidaten für die unterschiedlichen Ziffern.

Die Ziffer 7 kommt 3x vor, alle anderen Kandidaten nur 2x. Da die Ziffer 7 auch in der Zelle C8 liegt, ist sie auch die Lösung für Zelle C8.

³ ₆	1	² ₇	² ₇	8	5	9	⁴ ₆	⁴ ₃
³ ₇	² ₃	9	² ₇	1	4	8	⁵ ₆	⁵ ₃
8	4	5	3	9	6	7	1	2
³ ₇	³ ₈	³ ₇	1	5	2	4	9	6
4	5	6	9	3	7	2	8	1
2	9	1	6	4	8	5	3	7
1	7	² ₈	4	6	9	3	² ₅	⁵ ₈
9	² ₈	3	5	7	1	6	² ₄	⁴ ₈
5	6	4	8	2	3	1	7	9

Wie beim vorigen Beispiel kommen nur in einer Zelle A2 noch 3 Kandidaten vor.

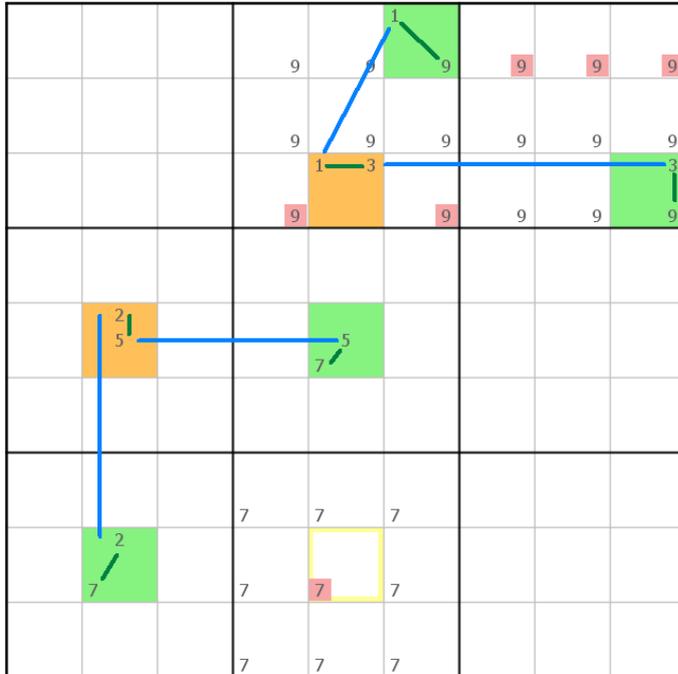
Der Kandidat 3 kommt in mindestens einem Haus 3x vor, alle anderen nur 2x. Damit steht die 3 als Lösung für die Zelle A2 fest.

Hinweis: Es gibt auch Verallgemeinerungen mit 2 oder gar 3 Zellen mit noch 3 Kandidaten.

10 XY-Wing

Der XY-Wing besteht aus einer Basiszelle mit zwei Flügelzellen, die durch weak Links mit unterschiedlichen Kandidaten X und Y mit der Basiszelle verbunden sind. Die beteiligten Zellen haben genau 2 Kandidaten und es gibt 3 verschiedene Kandidaten. Mindestens zwei der Zellen liegen in unterschiedlichen Häusern, da es sich sonst um eine einfache 3-er Gruppe mit 3 Kandidaten in 3 Zellen handeln würde.

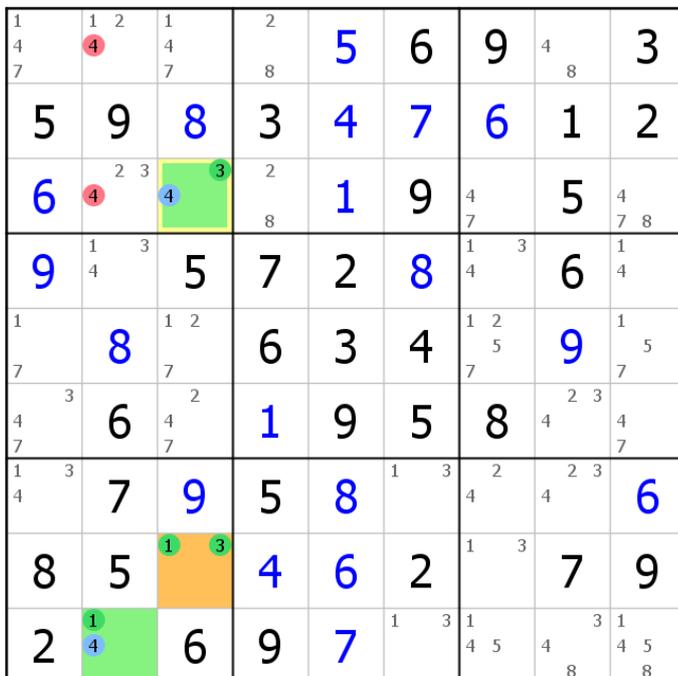
Wieder ein Beispiel, wie wichtig Zellen mit genau 2 Kandidaten bei Sudoku sind.



Bei den Links innerhalb der Zellen handelt es sich im Strong Links, die Zellen selbst werden durch weak Links verbunden.

Aus dem Kapitel zu AIC wissen wir, dass die Endzellen nun über eine alternierende Kette mit 5 Gliedern verbunden wurden, die mit einem strong Link begann. Damit muss einer der Endkandidaten wahr sein. Alle Kandidaten, die beide Endkandidaten sehen, müssen falsch sein.

Im oberen Beispiel sind es 5 mögliche Kandidaten für die Ziffer 9, im unteren Beispiel bleibt nur ein Kandidat für die Ziffer 7



Im konkreten Beispiel eines Puzzles wird die Basiszelle C8 mit den Flügelzellen über einen weak Link verbunden.

Verbindung zur Flügelzelle B9 über die Ziffer 1 und Verbindung zur Flügelzelle C3 über die Ziffer 3.

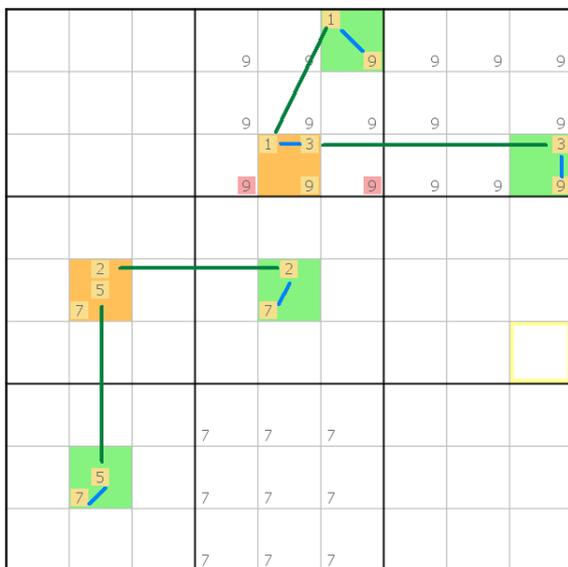
Die den Flügelzellen gemeinsame Ziffer 4 kann aus allen Zellen gelöscht werden, die beide Flügelzellen sehen. In diesem Fall sind es die Felder B1 und B3.

11 XYZ-Wing

XYZ-Wings sind eine Mischung aus 3-er Gruppen (3 Kandidaten in 3 Feldern) und XY-Wings. Vom Prinzip ist ein YYZ-Wing ein gestörter XY-Wing, bei der der auszuschließende Kandidat nicht nur in den Flügelzellen, sondern zusätzlich in der Basiszelle vorkommt. Man hat also die Basiszelle mit allen 3 Kandidaten und zwei Flügelzellen jeweils einem Kandidaten zum Verbinden und dem Kandidaten, der untersucht werden soll.

Man kann das Ergebnis eines XYZ-Wing daher auch leicht auf das eines XY-Wing zurückführen. Ist der Störkandidat falsch, dann hat man einen normalen XY-Wing und es sind alle Kandidaten ungültig, die von den Flügelzellen aus sichtbar sind. Ist der Störkandidat dagegen richtig, dann sind die von ihm gesehenen Kandidaten ungültig. Zusammen sind somit alle Kandidaten ungültig, die von allen 3 Zellen aus gesehen werden.

Im Beispiel links sind im oberen Fall statt der 5 Kandidaten beim XY-Wing nun nur noch 2 Kandidaten auszuschließen. Beim unteren Beispiel fällt auch der letzte Kandidat des YY-Wing noch weg.

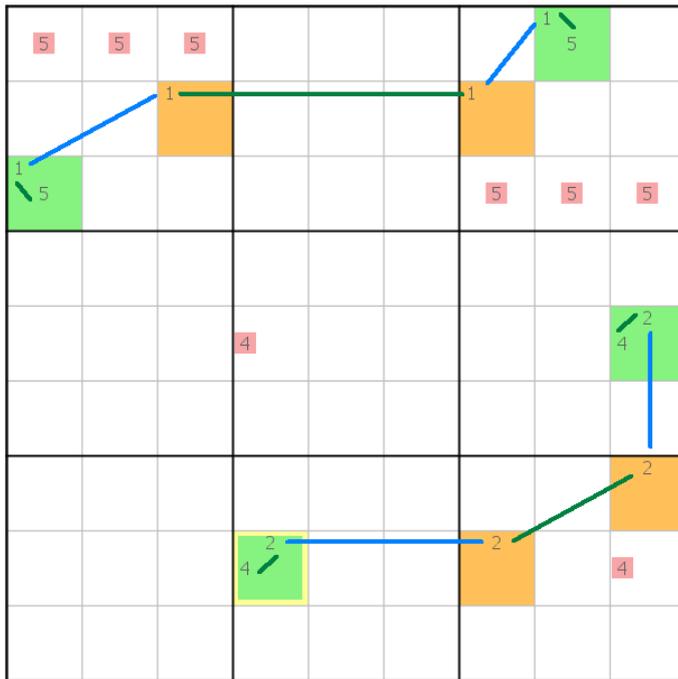


8	2	7	4	1	9	5	3	6
5	1	6	³ 7	³ 8	⁴ 9	⁴ 2		
3	⁴ 9	⁴ 8	5	6	2	1	7	8
2	⁴ 9	¹ 5	7	3	¹ 6	⁴ 8	8	⁵ 9
⁶ 9	7	¹ 5	2	8	4	¹ 9	⁵ 3	⁵ 9
⁴ 6	3	8	¹ 6	9	¹ 5	2	¹ 4	5
7	6	2	¹ 8	4	¹ 8	³ 9	⁵ 9	⁵ 9
⁴ 9	8	⁴ 9	³ 6	5	³ 6	7	2	1
1	5	3	9	2	7	8	6	4

Im konkreten Puzzle rechts habe wir auf das Zeichnen der strong Links innerhalb der Zellen der Übersichtlichkeit halber verzichtet. Wäre der Kandidat 5 nicht in der Basiszelle vorhanden, dann könnte der Kandidat 5 zusätzlich in der Zelle C4 ausgeschlossen werden.

12 W-Wing

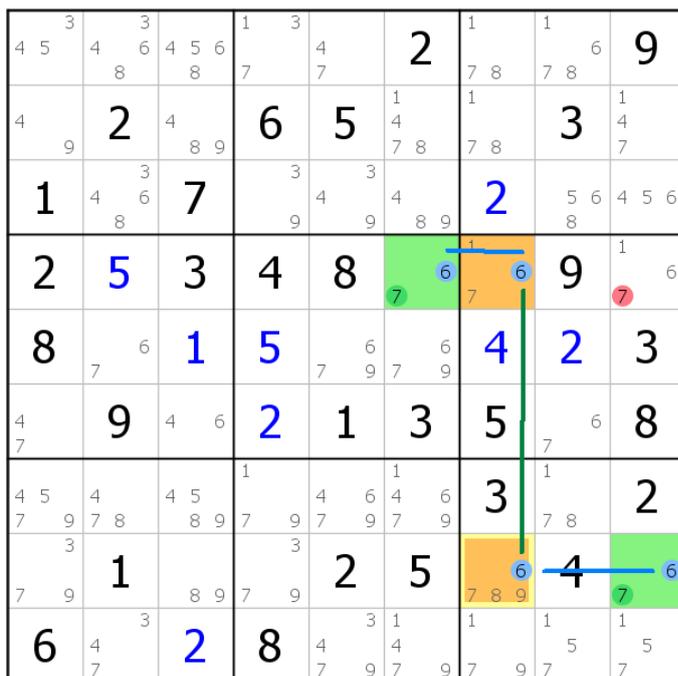
Ein W-Wing ist eine Art Mischung aus einfacher X-Chain und einem XY-Wing. Wie beim XY-Wing haben die Flügelzellen 2 Kandidaten und es wird noch ein strong Link innerhalb der Flügelzelle zwischen der zu untersuchenden Ziffer und der Ziffer, die den Link zur bildet. Allerdings ist die Basis keine Zelle mit zwei Kandidaten, sondern ein über einen strong Link verbundenes Kandidatenpaar. Als Konsequenz nutzt ein W-Wing nur 2 verschiedene Zahlen als Kandidaten und beide Flügelzellen enthalten diese beiden Kandidaten. Der Link zwischen den Zellen nutzt den nicht zu prüfenden Kandidaten.



Mit Hilfe des W-Links kann man aus gleichen Wertepaaren Rückschlüsse ziehen, auch wenn diese sich nicht in einem Haus befinden. Sie müssen nur über eine weak strong weak Chain miteinander verbunden werden können.

Alle von beiden Zellen aus sichtbaren Kandidaten können wieder gelöscht werden. Das können je nach Lage der Flügelzelle bis zu 6 Kandidaten sein.

Vom Prinzip handelt es sich um eine normale AIC mit erstem und letztem strong Link innerhalb von Start- und End-Zelle.

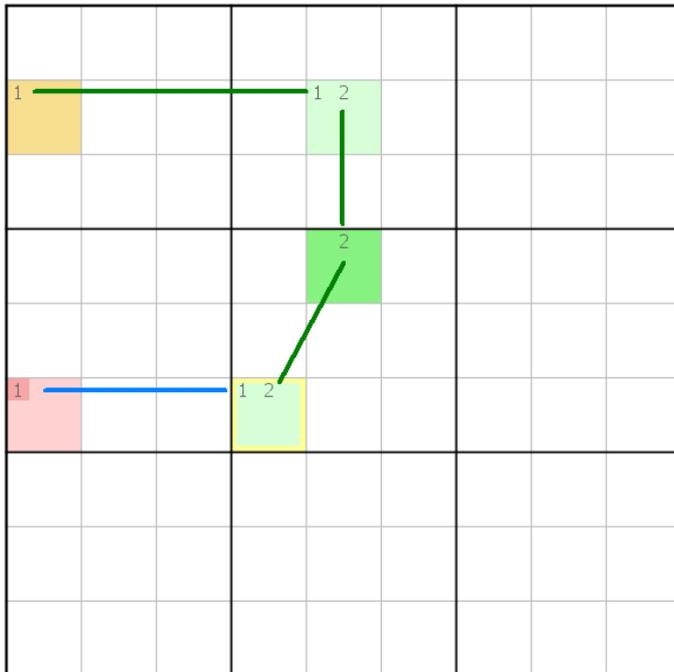


Im konkreten Puzzle werden der Übersichtlichkeit halber die strong Links innerhalb der Flügelzellen nicht angezeigt.

Der von beiden Flügelzellen sichtbare Test-Kandidat 7 kann gelöscht werden, das ist im Beispiel hier nur in Zelle I4. Die ebenfalls sichtbare Zelle F4 ist bereits mit einem festen Wert belegt.

13 M-Wing

Der M-Wing wurde im Tutorial vom Sudoku Swami **nicht** behandelt.



Beim M-Wing sucht man zwei Bi-Value-Zellen mit den gleichen Kandidaten, bei denen einer der Kandidaten (im Beispiel die 2) mit einem strong Link mit der gleichen Zelle verbunden sind. Dieses Konstrukt hat zur Folge, dass die beiden Bi-Value Zellen immer den gleichen Wert haben. Eine der Zellen muss jetzt noch mit einem strong Link des anderen Kandidaten mit einer weiteren Zelle verknüpft sein. Jeder Kandidat mit diesem Wert, der die erste Bi-Value Zelle und die weitere Zelle sieht, kann gestrichen werden.

6	7	2	4 8 9	4 9	4 8 9	1	3	5
3	1	9	5 6	2 6	2 5 6	4	8	7
5 8	4	5 8	1	3	7	6	2	9
7	3 6	5 8	4 8	3 6 4	2 6	1	9	5 6 4 6
2 8	3 6 9	1	4 8 9	3 6	5 4 8 9	2 3 8 9	7	4 6
2 5	3 6 9	4	7	2 9	2 6	2 3 5	1	8
4	5	6	2	8	3	7	9	1
1	8	3	5 6 9	7	5 6 9	2 5	4	2 6
9	2	7	4 5 6	1	4 5 6	8	5 6	3

Hier ein konkretes Beispiel aus einem Puzzle. Die Bi-Value Zellen mit den Kandidaten 2 und 5 werden über einen strong Link mit der 5 in Zelle F6 verbunden. Kandidat 2 der Bi-Value-Zelle A6 wird mit einem strong Link zu A5 verbunden. Nun ist entweder diese 2 wahr oder die 2 aus der Zelle F8.

Die 2 aus Zelle F5 sieht sowohl A5 als auch F8, kann also selbst nicht den Wert 2 haben, Kandidat 2 kann gestrichen werden.

14 Sue de Coq (SDC)

Bekannt ist die Wirkung von N-Gruppen, also 2 Kandidaten in 2 Zellen, 3 Kandidaten in 3 Zellen, 4 Kandidaten in 4 Zellen oder auch 5 Kandidaten in 5 Zellen. Diese Zellen müssen aber in einem Haus sein, damit man die Kandidaten aus allen anderen Zellen des Hauses entfernen kann. Sue de Coc ist eine Erweiterung dieser N-Gruppen für 4 oder 5 Kandidaten. Bei einer bestimmten Lage und Aufspaltung der Kandidaten auf 2 Blocks können dennoch Rückschlüsse gemacht und diese Kandidaten in anderen Zellen ausgeschlossen werden.

14.1 Sue de Coq (SDC) – Type 1

SDC Type 1 liegt vor, wenn man 4 Kandidaten in 4 Zellen vorfindet. Wir beschreiben nun alles für die Zeilen, aber es gilt natürlich analog, wenn man das Bild um 90 Grad dreht und statt an Zeilen dann an Spalten denkt. Die 4 Zellen müssen in 2 Blöcken liegen und wie im Bild angeordnet sein.

		1																	
	3	1 2 3	4	1 2 3	4		3	3											3
	1 2	1		2				4		4		4							

In einer Zeile müssen zwei Zellen liegen, in denen sich jeweils bis zu 4 Kandidaten befinden. Die Zellen müssen nicht unbedingt benachbart sein und es müssen nicht alle Kandidaten in beiden Zellen sein.

In einer weiteren Zelle im gleichen Block (Blockzelle) muss es genau zwei der vier Kandidaten geben.

In der gleichen Zeile und einem anderen Block wie die beiden Zellen muss es eine Zelle (Zeilenzelle) mit den restlichen zwei der vier Kandidaten geben.

Damit haben wir 4 Zellen mit 4 Kandidaten in 2 Blöcken.

Eine Fallunterscheidung zeigt:

- Aus Sicht der Blockzelle verhält sich das Zellenpaar wie eine virtuelle Zelle mit den gleichen Werten wie die Blockzelle. Man kann daher im Block alle Kandidaten der Blockzelle aus allen anderen Zellen löschen.
- Aus Sicht der Zeilenzelle verhält sich das Zellenpaar wie eine virtuelle Zelle mit den gleichen Werten wie die Zeilenzelle. Man kann daher in der Zeile alle Kandidaten der Zeilenzelle aus allen anderen Zellen löschen.

Ohne Kommentar folgen nun noch zwei Beispiele aus konkreten Puzzles.

1	6	3	6	5	6	4	2	8	5
2	2	2	7	3	7	1	3	7	3
8	6	5	1	6	9	5	6	7	4
7	4	6	4	5	8	3	6	5	3
9	5	4	8	7	2	1	8	9	1
6	3	7	8	1	5	1	5	2	4
2	2	1	3	3	3	3	3	5	3
8	4	8	1	4	6	7	6	7	8
9	5	4	8	7	2	1	8	6	3
5	2	2	1	3	1	3	1	3	6
8	8	8	7	9	7	6	7	9	9
3	1	9	2	4	7	6	8	5	5
4	7	6	5	8	1	9	3	1	7
									8
									9

2	3	6	9	7	8	4	5	1	4	5
4	5	1	2	3	6	7	9	8		
9	7	8	1	4	1	4	5	1	4	5
2	6	3								
8	1	5	4	3	6	4	3	4	5	2
3	6	4	3	5	4	2	4	1	9	8
7										
5	4	2	1	1	1	4	1	4	5	3
7	5	4	9	7	8	8	9	4	5	9
6	4	4	5	4	1	4	5	1	4	5
9	9	9	9	8	8	8	8	3	7	2
5	3	2	7	6	9	5	8	4	1	
1	8	4	3	4	3	2	7	6	5	9

14.2 Sue de Coq (SDC) – Type 2

SDC Type 2 liegt vor, wenn man 5 Kandidaten in 5 Zellen vorfindet. Der Unterschied zu Type 1 ist, dass man in der Zeile nun eine Gruppe von 3 Zellen hat und in mindestens einer dieser Zellen ist ein zusätzlicher Kandidat. In der Block- und der Zeilenzelle teilen sich nach wie vor die restlichen 4 Kandidaten auf.

1			5		1	5														
1	2	3	1	2	3	1	2	3		3		3				5	4	3	4	5
4	5		4	5		4	5		5		4				5	4			4	5
2			1	2		2														
5																				

Die drei Zellen wirken auf die Zeilenzelle wie eine virtuelle Zelle mit den gleichen Kandidaten. Daher können in der Zeile alle zusätzlichen Kandidaten der Zeilenzelle gelöscht werden.

Die drei Zellen in der Zeile wirken auf die Blockzelle wie zwei Zellen mit den gleichen Kandidaten und dem zusätzlichen Kandidaten. Die Wirkung ist die gleiche wie bei einer 3-er Gruppe. Alle zusätzlichen Kandidaten der Blockzelle und der Zusatzkandidat können gelöscht werden.

Der Zusatzkandidat ist auch in der Zeile, auch da können alle gleichen Werte gelöscht werden.

Es folgen nun noch ohne Kommentar zwei Beispiele aus konkreten Puzzles. Es gibt noch weitere Regeln, die die hier vorgestellten Varianten Type 1 und Type 2 verallgemeinern, die werden aber im Moment nicht dargestellt. So ist es beispielweise nicht unbedingt nötig, dass die Zellen optisch so verteilt sind.

1	9	^{4 6} ₈	7	2	⁴ ₈	3	5	⁴ ₆	
² ₆	3	^{4 5 6} _{7 8}	1	^{5 6} ₉	⁵ ₉	8	7	² _{4 6}	
² ₇	^{6 4} _{7 8}	^{4 5 6} _{7 8}	^{4 5 6} _{7 8}	^{5 6} ₈	3	1	² ₄	9	
^{4 6} ₇	1	2	⁵ ₉	7	⁵ ₉	4	6	8	3
9	⁴ _{7 8}	^{4 6} _{7 8}	² _{4 6}	3	^{1 2} ₄	² ₇	^{1 2} _{4 6}	5	
3	5	^{4 6} ₇	⁴ ₆	² ₈	^{1 2} _{4 8}	9	^{1 2} _{4 6 7}	² ₇	
8	⁴ ₇	9	3	¹ ₅	^{1 2} ₆	² _{5 6}	² _{4 6}	² ₇	
^{4 5} ₇	6	1	² _{5 9}	⁵ ₉	7	^{4 5} ₇	3	8	
⁵ ₇	2	3	8	4	6	⁵ ₇	9	1	

1	³ ₇	⁵ ₇	4	8	9	2	6	⁵ _{7 3}
6	8	² _{7 9}	^{2 3} ₇	1	5	⁴ _{7 9}	⁴ ₇	³ _{5 8}
⁴ ₇	^{2 3} _{4 9}	² _{5 6}	^{2 3} _{4 6}	² _{5 6}	² ₆	² _{7 8 9}	1	³ _{5 8}
5	2	1	⁶ ₇	^{4 6} ₉	^{4 6} ₇	3	^{8 9} ₇	⁶ ₈
⁷ ₉	⁶ _{7 9}	4	8	3	1	5	² ₉	² ₆
8	⁶ ₉	3	² _{5 6}	² _{5 6}	² ₆	1	7	4
⁴ ₇	² _{7 9}	1	² ₆	² _{5 6}	² _{4 5 6}	² _{4 6}	^{4 6} _{7 8}	^{2 3} _{2 3}
⁴ ₇	^{2 3} _{4 6}	⁴ ₇	² ₆	² ₆	1	7	^{4 6} ₈	⁵ ₈
⁴ ₇	² ₇	5	8	9	⁴ ₆	3	^{4 6} ₇	1

15 XY-Chains

Sinn und Zweck einer XY-Chain ist identisch zu einer X-Chain. Allerdings ist man bei der Erstellung flexibler, da man ja auch innerhalb von Zellen einen Link bilden kann, um den Kandidaten zu wechseln und die Kandidaten wechseln kann. Ein Link innerhalb von Zellen mit nur zwei Kandidaten ist immer ein strong Link. Diese werden der Übersichtlichkeit halber in den folgenden Beispielen nicht angezeigt. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass ein strong Link immer auch als weak Link genutzt werden kann.

5	2	6	9	4	8	1	7	3
¹ ₄ 8	¹ ₄	3	2	7	5	9	⁴ ₈	6
7	9	⁴ ₈	3	6	1	5	4	² ₉
² ₄	5	² ₈	¹ ₄	³ ₈	⁶ ₉	³ ₆	¹ ₆	7
6	3	1	5	2	7	4	9	8
⁴ ₈	7	⁴ ₈	¹ ₄	³ ₈	⁶ ₉	⁵ ₆	2	¹ ₅
¹ ₂	8	7	6	⁵ ₄	² ₅	3	9	² ₅
9	¹ ₄	² ₄	7	¹ ₅	3	⁶ ₈	⁶ ₈	¹ ₄
3	6	5	8	9	2	7	¹ ₄	¹ ₄

¹ ₂	¹ ₂	¹ ₆	9	8	⁵ ₆	3	4	7
3	8	⁵ ₆	¹ ₆	4	7	¹ ₂	² ₅	¹ ₂
7	9	4	3	¹ ₅	2	6	8	¹ ₉
¹ ₂	¹ ₂	¹ ₆	¹ ₅	⁵ ₆	9	4	3	8
¹ ₆	5	3	8	7	4	¹ ₂	9	¹ ₂
9	4	8	2	¹ ₃	¹ ₃	5	7	¹ ₆
4	³ ₆	2	⁵ ₆	³ ₆	8	7	1	⁵ ₉
8	¹ ₇	¹ ₆	4	¹ ₆	¹ ₅	² ₉	² ₉	3
5	¹ ₃	9	7	2	¹ ₃	8	6	4

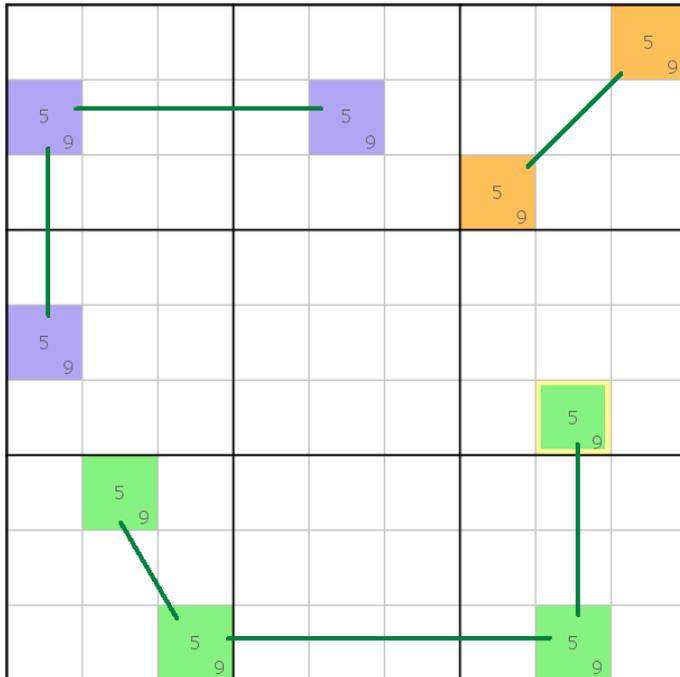
9	6	1	5	8	3	2	⁴ ₇	⁴ ₇
³ ₇	2	8	⁶ ₉	4	¹ ₃	¹ ₃	³ ₉	5
5	⁴ ₇	⁴ ₇	⁶ ₉	² ₇	² ₁	⁶ ₈	⁸ ₉	³ ₉
¹ ₂	9	6	7	¹ ₃	8	5	¹ ₂	³ ₃
¹ ₃	¹ ₄	⁴ ₃	2	9	5	7	¹ ₈	6
¹ ₂	5	³ ₇	4	¹ ₃	6	9	² ₃	³ ₈
⁷ ₈	6	8	5	3	² ₇	² ₉	4	⁷ ₉
4	3	2	1	5	⁷ ₉	8	6	⁷ ₉
¹ ₇	¹ ₇	9	8	6	4	3	5	2

7	2	9	4	8	1	5	³ ₆	³ ₆
6	4	3	² ₉	5	² ₉	1	8	7
1	5	8	⁷ ₃	6	⁷ ₃	4	9	2
4	7	2	⁶ ₉	1	8	3	⁵ ₆	⁵ ₆
³ ₅	9	¹ ₅	³ ₆	7	4	8	2	¹ ₆
³ ₁	6	5	² ₃	² ₃	7	4	1	⁹ ₆
⁶ ₈	2	3	4	1	9	5	6	7
9	6	⁷ ₅	8	4	³ ₇	2	1	⁵ ₃
¹ ₈	¹ ₇	² ₃	² ₃	6	9	5	4	³ ₈

Ich habe der Einfachheit halber die Beispiele vom Programm HoDuKu erzeugen lassen und da wird die Kette ausschließlich aus Zellen mit nur zwei Kandidaten erzeugt. Das ist natürlich nicht notwendig, man muss nicht in jeder Zelle den Kandidaten wechseln. Es ist nur wichtig, die Reihenfolge strong → weak → strong einzuhalten.

16 Remote Pairs

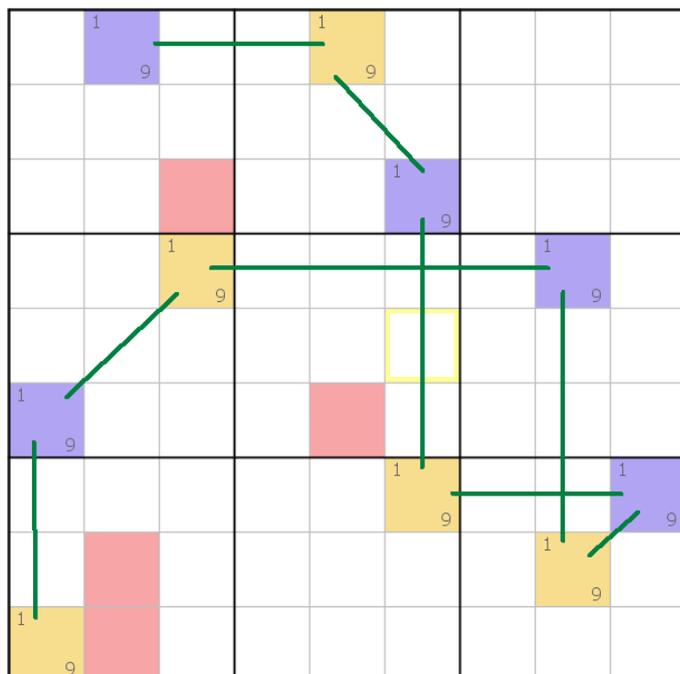
Remote Pairs (entfernte Paare) sind eine Erweiterung der nackten Paare. Müssen nackte Paare im gleichen Haus sein, dann reicht es bei entfernten Paaren aus, wenn diese sich durch einen starken Link verbinden lassen. Dazu ist allerdings erforderlich, dass sich im entstandenen Netz der Paare mindestens **vier** Zellen befinden, sonst ist die Konstruktion nutzlos.



Im Bild gibt es 3 Gruppen mit Paaren der Kandidaten 5 und 9. Aber nur die unterste grün gekennzeichnete Gruppe ist hilfreich, wie die weiteren Ausführungen dann zeigen werden.

Die Idee ist, die Zellen wechselweise einzufärben und eine Farbe entspricht dann einem Kandidatenwert. Man weiß zwar nicht, welcher Wert der richtige ist, aber alle Zellen mit gleicher Farbe haben den gleichen Wert.

Zellen, die dann beide Farben sehen, können die beiden Kandidaten nicht enthalten und können gelöscht werden. Im Diagramm links wäre das die Zelle B6.



In diesem Beispiel werden die Zellen mit starken Links verbunden und im Wechsel eingefärbt.

Obwohl schon sehr viele Zellen durch die nackten Paare ausgeschlossen wurden, findet man durch das Erstellen des Netzwerkes noch 4 zusätzliche Zellen (rot), bei denen die Kandidaten ausgeschlossen werden können.

Die Zellen sehen zwei unterschiedliche Farben, die in keiner direkten Verbindung durch einen strong Link standen.

¹ ₄	2	8	7	3	6	¹ _{4 5}	9	¹ _{4 5}
5	7	6	4	9	1	2	3	8
9	¹ ₄	3	8	5	¹ ₄	7	6	
7	3	4	2	6	9	8	¹ ₅	¹ ₅
2	9	1	5	8	3	6	4	7
8	6	5	1	7	4	3	2	9
3	¹ ₄	9	6	2	5	7	8	¹ ₄
6	8	2	9	¹ ₄	7	¹ _{4 5}	¹ ₅	3
¹ ₄	5	7	¹ ₄	8	9	6	2	

Das erste Beispiel entspricht einem Skyscraper. Allerdings müsste man den doppelt ausführen, für beide Kandidaten separat und würde dann zum gleichen Ergebnis gelangen.

2	4	6	1	9	7	5	3	8
1	7	8	3	5	6	⁴	⁴	2
9	3	5	8	4	2	6	1	7
⁶ ₈	¹ ₉	3	2	⁶ ₈	⁴ ₉	7	5	¹ ₄
⁴ ₈	¹ ₉	7	⁴ ₉	¹ ₈	5	2	⁴ ₆	3
⁴ ₆	5	2	7	¹ ₆	3	8	⁴ ₆	¹ ₄ ₉
3	6	⁴ ₉	⁴ ₉	2	8	1	7	5
5	2	⁴ ₉	6	7	1	3	8	⁴ ₉
7	8	1	5	3	⁴ ₉	⁴ ₉	2	6

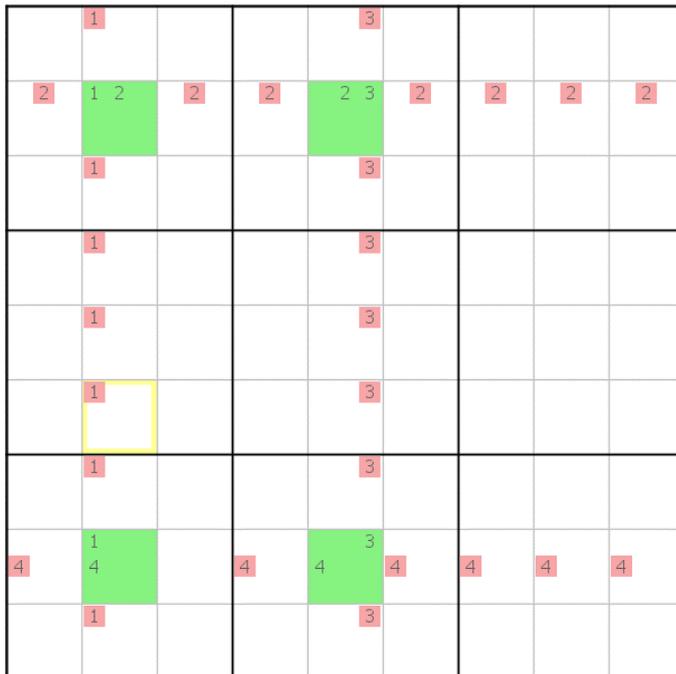
Fünf nackte Paare führen als Netz zu zwei weiteren Reduzierungen in den Zellen I4 und H5.

In diesem Fall wäre das Ergebnis sehr erfolgreich, nach der Reduktion hätte man sofort zwei Felder gelöst.

17 Swami Muster

In diesem Abschnitt werden ein paar Muster vorgestellt, die sich eigentlich mit Standardmethoden lösen lassen. Sie werden hier nur dargestellt, weil es möglicherweise einfacher fällt, die Methoden anzuwenden, wenn man die Muster schon gesehen hat. Inwieweit sie auch eine praktische Bedeutung haben, ist unklar, konkrete Beispiele liefert der Swami in seinen Videos nicht. Gemeinsam ist, dass die Muster alle aus vier 2-Werte-Zellen bestehen. Häufig gehören die 2-Werte-Zellen sogar zu nackten Paaren.

17.1 Swami Quad Loop

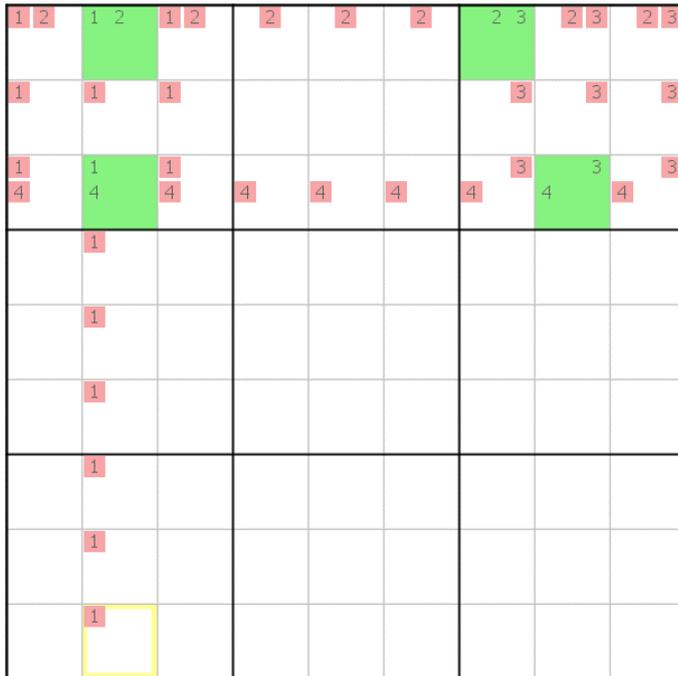


Die Form erinnert an einen X-Wing, aber die Eckzellen werden aus 2-Werte-Zellen gebildet, deren Kandidaten erlauben, eine Continuous Loop zu bilden, Details hierzu siehe Kapitel 19.

Die starken Links finden innerhalb der Zellen beim Kandidatenwechsel statt und die schwachen Links zwischen den Zellen.

Bei einer Continuous Loop sind aber **alle** Links starke Links, daher gibt es auf den Zeilen beziehungsweise Spalten der Verbindungen genau 2 mögliche Kandidaten, alle anderen können gelöscht werden.

17.2 Swami Offset Quad Loop

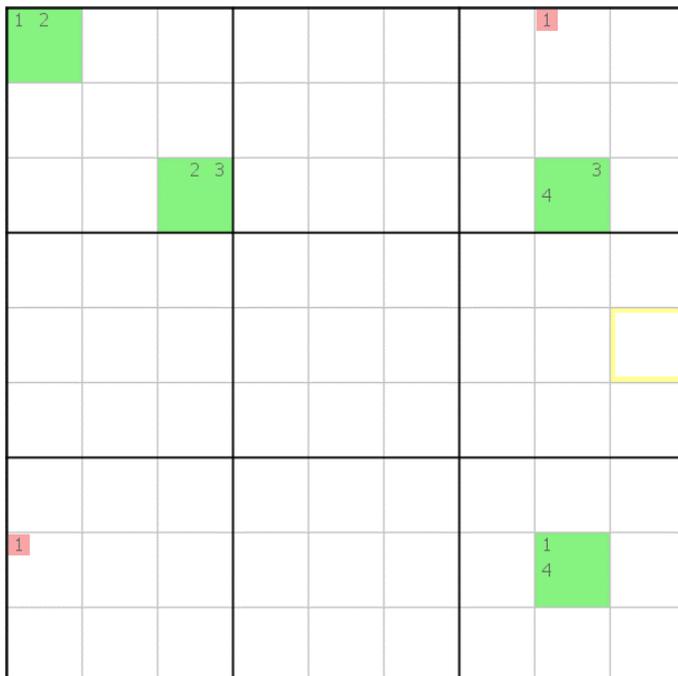


Bei der Offset Quad Loop dürfen eine oder zwei Zellen noch etwas verschoben sein. Das Bild erinnert an einen Skyscraper.

Damit man aber nach wie vor einen Link zwischen den Zellen erstellen kann, müssen die Zellen nun näher zusammenrücken, sie müssen sich in einer Rinne befinden. Außerdem müssen sie auf maximal zwei Blocks verteilt sein.

Der Rest ist analog vorher besprochenen Swami Quad Loop, den kann man sich nun selbst überlegen.

17.3 Swami Quad Snake

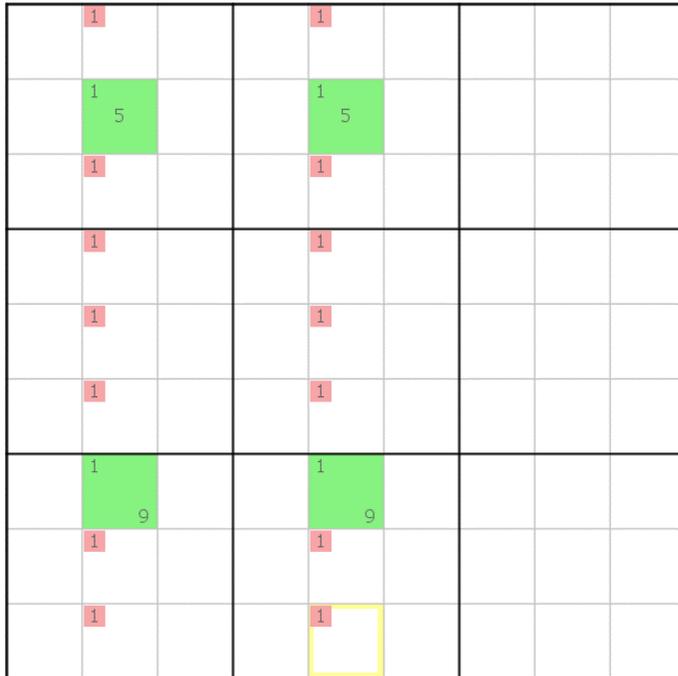


Eigentlich ein ganz normaler XY-Wing, der aus vier 2-Werte-Zellen gebildet wird.

Andere bekannte Anordnungen wie die eines 2-String-Kite oder Skyscrapers sind auch möglich.

Der Kandidat 1 kann in den Zellen H1 und A8 gelöscht werden, da beide Zellen die Startzelle A1 und die Endzelle H8 sehen können.

17.4 Swami Split Quad Loop

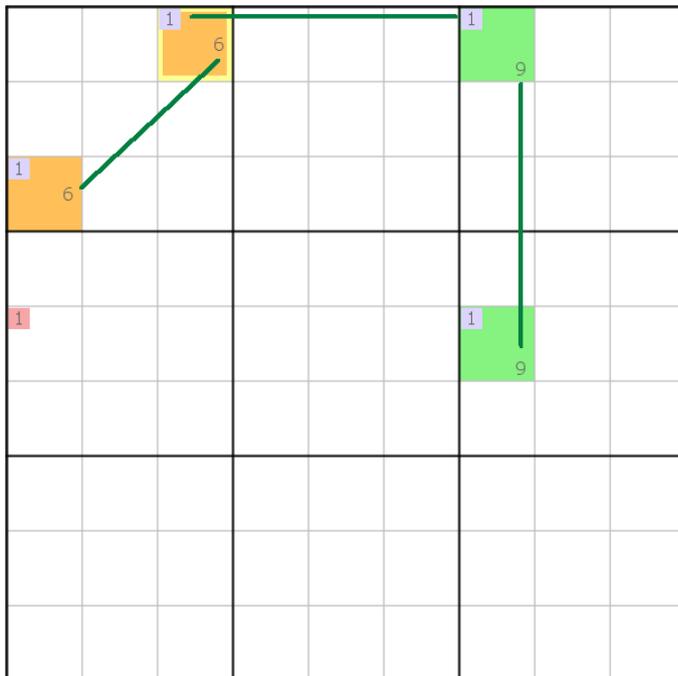


Eigentlich ist es diese Form nicht wert, überhaupt einen eigenen Namen zu bekommen. Das Rechteck wird aus vier Zellen gebildet, jeweils 2 nackte Paare, die obendrein noch alle einen gemeinsamen Kandidaten haben (im Beispiel die 1).

Nachdem man im Beispiel aus den Zeilen 2 und 7 die falschen Kandidaten 1 und 5 beziehungsweise 1 und 9 entfernt hat, bildet das restliche Muster einen X-Wing für den Kandidaten 1.

Daher kann man die 1 auch noch in den Spalten B und E bereinigen.

17.5 Swami Butterfly

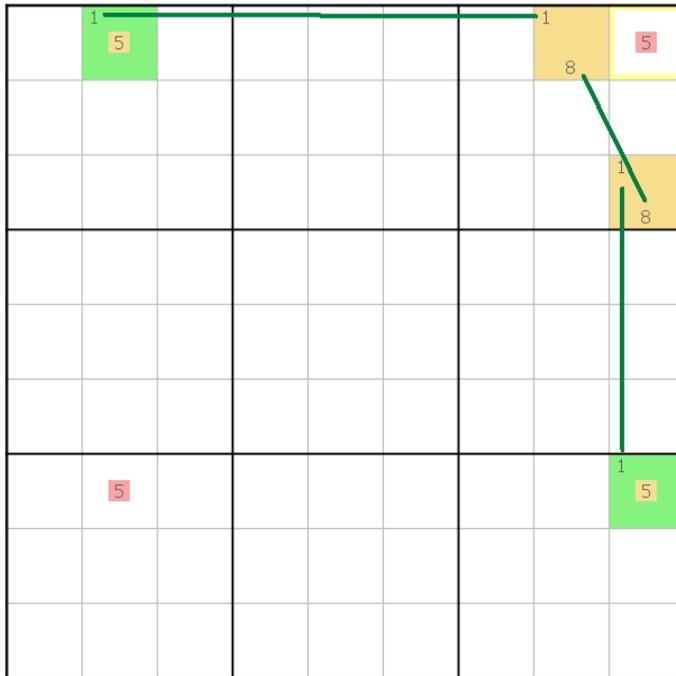


Beim Swami Butterfly hat man wie in der Split Quad Loop als Basis zwei nackte Paare, die obendrein einen gemeinsamen Kandidaten haben. Dieser Kandidat ist der zu testende Kandidat und dient gleichzeitig noch als Kandidat für den Link zwischen den unterschiedlichen Paaren.

Es handelt sich wieder um einen normalen XY-Wing und der Testwert kann in der Zelle ausgeschlossen werden, die Start- und Endzelle sieht.

Vorteil dieser Konfiguration ist, dass sie sehr leicht zu sehen ist.

17.6 Swami Sandwich

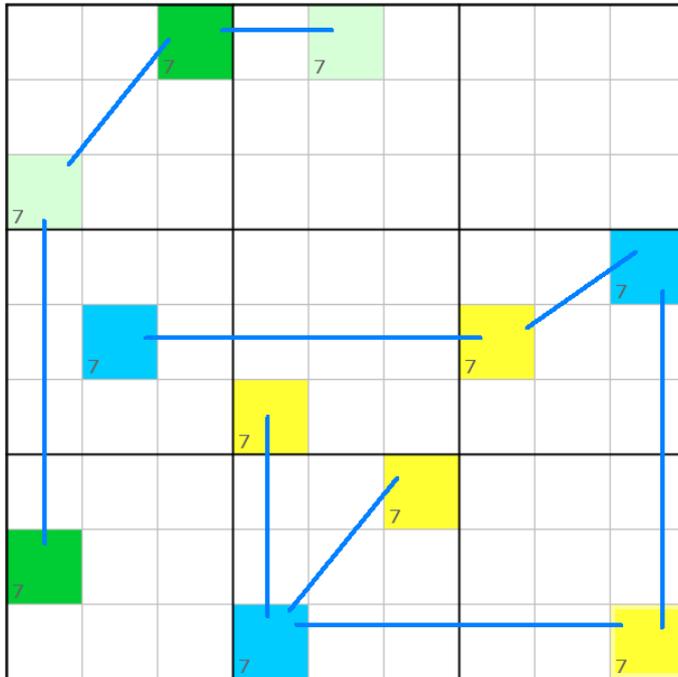


Beim Swami Sandwich sind die Voraussetzungen schwächer als beim Butterfly. Es wird nur noch ein nacktes Paar benötigt, die beiden restlichen 2-Werte-Zellen müssen nur noch die gleichen Kandidaten enthalten. Nach wie vor müssen alle Zellen einen gemeinsamen Kandidaten haben.

Geprüft wird der der nicht gemeinsame Kandidat der beiden Einzelzellen. Technisch ist es wieder ein einfacher XY-Wing, der leicht zu finden ist.

18 Simple Coloring

Coloring (Einfärben) haben wir ja schon bei den Remote Pairs in Kapitel 16 rudimentär kennen gelernt. Diese Methode wird nun für einen festen Kandidaten verfeinert und vertieft. Üblicherweise nimmt man hierzu ein Computerprogramm zur Hilfe. Bei der Lösung mit Papier und Stift wird das schnell unübersichtlich, vor allen Dingen, wenn man das hintereinander für mehrere Kandidaten versucht.



Man beginnt bei einem beliebigen Kandidaten und färbt den mit einer Farbe 1 ein. Dann sucht man alle Nachbarn, die über einen starken Link verbunden sind und färbt diese mit Farbe 2 ein. Mit den neu eingefärbten Nachbarn verfährt man so weiter und färbt deren Nachbarn wieder mit Farbe 1 ein. Man fährt damit so lange fort, bis man dieses Netz nicht mehr erweitern kann.

Es kann sein, dass man auf diese Weise mehrere getrennte Netze zum gleichen Kandidaten erzeugt, wie im Beispiel links.

Für jedes Netz weiß man, dass Kandidaten in gleicher Farbe auch den gleichen Wahrheitsgehalt haben müssen, sie sind richtig oder falsch. Man weiß aber nicht, ob sie nun richtig oder falsch sind.

Die folgenden Abschnitte unterscheiden das Einfärben nach Type 1 und Type 2. Das ist eigentlich missverständlich. Ich habe diese Sprechweise und übernommen, um hier mit den Videos synchron zu sein, auf denen diese Dokument beruht.

Richtig ist, dass es zwei Schlussfolgerungen gibt, die man aus den Färbungen ziehen kann und diese werden dann in den beiden Abschnitten kurz erläutert und mit einem Beispiel unterlegt.

18.1 Simple Coloring Type I

Aus der Erstellung der Färbung ist ja klar geworden, dass alle Kandidaten der einen Farbe wahr sein müssen und die der anderen Farbe sind falsch. Wir wissen nicht, welche Farbe die der wahren Kandidaten ist. Aber es ist klar, wenn ein nicht zum Netzwerk gehörender Kandidat beide Farben sehen kann, dann muss er selbst falsch sein.

8	4 5	6	4	1	2	9	3	5
4	7	1	4 3	4 3	5	2	2	6
2	5 9	3	8 9	6	7 8 9	5	1	4
7	6	5	1	2	4	3	2	9
1	8	4	5	3	3	4 5	6	2
3	2	9	7 5	2	6	1	2	2
6	2	2	4 3	7	4 3	4 5	4 5	1
5	1	4	2	4	4	6	7	3
4	3	7	6	5	1	2	4	2

Im Puzzle links wurde die 4 markiert und eingefärbt.

Wir haben im Beispiel zwei Kandidaten, die falsch sein müssen, da sie zwei Kandidaten unterschiedlicher Farbe sehen.

Der Kandidat D7 sieht blau in D1 und gelb in G7.

Der Kandidat H7 sieht blau in H9 und gelb in G7.

18.2 Simple Coloring Type II

4	6	6	1	4	9	2	5	3	4 6
6	6	4	3	5	6	4	1	2	7 8
5	3	2	1	7	4 6	9	6	4 6	8 9
1	4	3	6	2	4	8	7	5	8
2	8 9	4	5	1	7	4	3	6	3
7	5	6	4	8	3	2	4	1	6 9
4	6	4	7	8 9	3	5	1	2	4
3	2	8 9	7	4	1	6	5	8 9	8 9
4	1	5	2	6	8 9	7	4	3	7

Wenn man wie bei Type 1 argumentiert, denn haben alle Kandidaten mit gleicher Farbe auch den gleichen Zustand.

Wenn sich zwei Kandidaten der gleichen Farbe sehen, dann kann deren Zustand nicht wahr sein, die Kandidaten der anderen Farbe sind wahr.

Im Beispiel sehen sich in Block 3, in Block 7 und in Spalte 1 blaue Kandidaten, alle blauen Zellen müssen falsch sein.

Man kann sofort die Zellen mit den gelben Kandidaten auflösen und den Wert 4 setzen.

19 Continuous Loops

Continuous Loops (zusammenhängende Schleifen) im Sudoku sind AIC (alternierende Ketten), bei denen Start- und Endpunkt zusammenfallen. Bei Continuous Loops weiß man, dass **alle** Links ausnahmslos starke Links sind. Damit sind die Kandidaten im Start- und Endpunkt eines Links immer die beiden einzigen Kandidaten mit diesem Wert im Haus, in dem der Link durchgeführt wird. Alle anderen Werte des Kandidaten im Haus können gelöscht werden. Eine Anwendung dieser schönen Eigenschaft haben wir bei den Swami Quad Loop in Abschnitt 17.1 gesehen.

Man sollte daher versuchen, Chains zu Continuous Loops zu verlängern, weil man dann wesentlich mehr Informationen zur Verbindung erhält und nicht nur über Start- und Endpunkt.

⁵ ₉	2	4	1	⁵ ₃	⁵ ₈	6	7	³ _{8 9}
⁵ ₉	6	³ ₈	^{2 3} ₈	7	² _{5 8}	4	1	³ _{8 9}
7	¹ ₈	^{1 3} ₈	9	6	4	⁵ ₈	2	³ _{5 8}
2	4	6	5	9	1	3	8	7
1	3	5	4	8	7	2	9	6
8	7	9	6	2	3	1	5	4
¹ ₈	^{1 2} ₈	^{2 3} ₈	⁵ ₃	9	7	6	² _{5 8}	³ ₈
3	5	² ₈	7	1	6	9	4	² ₈
6	9	7	² ₈	4	² _{5 8}	⁵ ₈	3	1

Das Beispiel zeigt eine Continuous Loop für den Kandidaten 8. Weil sich eine Continuous Loop ergab, ist bekannt, dass alle Links auch starke Links sind. Damit können Kandidaten in den Häusern gelöscht werden, die keine Start- oder Endpunkte sind.

Das betrifft:

- Zelle C3 in Zeile 3
- Zelle C7 in Block 7
- Zelle I6 in Block 9

20 Discontinuous Loops

Unter Discontinuous Loops (nicht kontinuierlichen Schleifen) versteht man im Sudoku *fast* Continuous Loops, also gestörte Continuous Loops, die nur an einer Zelle gestört sind. Bei größeren Störungen kann man keine Aussagen mehr machen, so aber sind zumindest teilweise noch Aussagen über die gestörte Zelle möglich.

Die Störung betrifft ja immer die Kette, deren streng geforderte Folge von strong → weak → strong unterbrochen verletzt wird.

Es gibt 3 Typen von Discontinuous Loops:

Type	Störung der Discontinuous Loop
Type I	weak Link → Kandidat → weak Link Der Kandidat muss falsch sein und kann entfernt werden.
Type II	strong Link → Kandidat → strong Link Der Kandidat muss richtig sein und kann gesetzt werden.
Type III	strong Link → Kandidat 1 → Kandidat 2 → weak Link Der Kandidat 2 muss falsch sein und kann entfernt werden. weak Link → Kandidat 1 → Kandidat 2 → strong Link Der Kandidat 1 muss falsch sein und kann entfernt werden.

Man kann die Discontinuous Loops manchmal auch umgehen, indem man die kritische Zelle aus der Schleife entfernt und die verbleibende Chain betrachtet. In manchen Fällen ist das Ergebnis sogar weitreichender, als die Analyse der Störzelle. Im Moment werden wir die Untersuchung von Discontinuous Loops nicht weiter vorantreiben.

21 Kombinationsverfahren

Das Kombinationsverfahren wurde nicht beim Video-Kurs des Sudoku Swami untersucht, sondern es wird beispielweise beim Online Löser unter sudoku-lösung.de verwendet. Es handelt sich um eine Try-and-Error Methode, die in einem 2-Werte-Feld einen Kandidaten auszuschließen versucht.

Man sucht sich ein zu untersuchendes 2-Werte-End-Feld. Ferner sucht man ein zweites 2-Werte-Start-Feld oder die letzten 2 Kandidaten in einem Haus mit einem beliebigen gleichen Wert. Nun versucht man, eine logische Kette von den beiden Start-Werten zum Ende-Feld zu bilden.

Bei den Ketten sieht man am einfachsten Folgen von 2-Werte-Feldern. Es können aber auch andere Folgen sein, so dass beispielweise der gesetzte Wert alle anderen Kandidaten im Haus löscht und dann ein anderer Kandidat in einem anderen Haus wahr werden muss.

Führen beide Ketten zum gleichen Ergebnis, dann kann man das Ergebnis als wahr annehmen, der gefundene Kandidat ist der korrekte. Dieses Verfahren führt nicht immer zum Ziel, selbst wenn man zwei Ketten findet. Ich hatte massive Probleme, ein Beispiel zu finden, wo dieses Verfahren schnell und relativ einfach zum Ziel führte, wenn man als Start ein 2-Werte-Feld nutzt.

1 ■	6	2	3	7	9	8	■	5	1 4 5
7	1 5 8 9	1 5 8	4 8	6	4 5	2	3	1 9	
4 ■	5 8 9	3	2	5 8	1	7	6	4 9	
5	3	1 4 8	4 8	2	6	9	7	■	8
2	1 8	1 4 8	9	5 8	3 7	4	3 1 ■	6	
9	7	6	1	5 8	3 4 5	4	3 2	5 8 ■	
1 8	1 5 8	1 5 8	7	4	2	6	9	3	
6	4	7	5	9	3	1	8	2	
3	2	9	6	1	8	5	4	7	

Im Beispiel gibt es in Zeile 6 genau zwei Felder E6 und I6 mit dem Kandidaten 8.

Die erste Kette von E6 nach E3 ist sehr kurz, es ergibt sich sofort der Zielwert 5.

Die zweite Kette mit den grün markierten Kandidaten, die in Zelle I6 startet, führt zum gleichen Ergebnis.

Der berechnete Wert 5 kann in der Zelle E3 als wahr eingetragen werden.

5	^{2 3} 5	6	1	² 7	4	8	9	³ 5
^{4 5} 7 8	1	^{2 3} 4 5 8	9	² 7 8	^{5 6} 7 8	^{2 3} 5 6	^{2 3} 4 5 6	³ 4 5 7
9	² 4 5 7 8	² 4 5 8	² 7	3	^{5 6} 7 8	² 5 6	² 4 5 6	1
3	² 4	² 4	⁵ 7	9	¹ 5 7	¹ 5 6 7	¹ 5 6 7	8
^{5 8}	9	7	¹ 8	2	4	¹ 5	³ 5	³ 5
1	6	⁵ 8	³ 7 5	4	³ 7 8	9	⁵ 7	2
2	³ 4 7 8	³ 4 8	³ 4 7	5	¹ 7	³ 6	¹ 6	³ 4 6 8
^{4 5} 7 8	³ 4 5 7 8	9	^{2 3} 4 7	^{1 2} 7	⁶ 7	¹ 6	³ 5 6	^{1 2 3} 4 5 6 8
^{4 5 6}	³ 4 5	1	8	² 7	9	7	^{2 3} 4 5 6	³ 4 5 6

In diesem Beispiel starten wir tatsächlich in einem 2-Werte-Feld E9.

Der erste gelbe Weg mit dem Kandidaten 2 zum Zielfeld A1 ist klar und führt nur über 2-Werte-Felder.

Die 2 in E9 hat die 7 in E1 zur Folge und daraus ergibt sich die 5 in A1.

Wesentlich komplizierter wird es mit dem zweiten grünen Kandidaten 6.

Setzt man die 6 in E9, dann muss die einzige 6 aus Block 7 im Feld A8 wahr sein.

Das hat aber zur Folge, dass die einzige verbleibende 6 in Spalte I im Feld I2 wahr ist.

Daraus ergibt sich wiederum, dass die einzig verbleibende 7 im Feld I1 von Block 3 gesetzt werden muss. Und daraus folgt letztendlich ebenfalls, dass die 5 im Zielfeld A1 wahr ist. Zwei getrennte Wege mit unterschiedlichen sich ausschließenden Startkandidaten führen zum gleichen Ergebnis, es muss daher wahr sein.

22 Almost Locked Set (ALS)

22.1 Definition eines Almost Locked Sets

Beim Almost Locked Set (ALS) handelt es sich um eine Gruppe von Kandidaten, die fast eine Locked Group (Paar, Tripple, ...) darstellen. Allerdings hat man nicht genau n Kandidaten in n Feldern, sondern die Anzahl der Kandidaten liegt um eins höher als die Anzahl der Felder. Ein ALS muss in einem Haus liegen. Beispiele:

- Statt eines Singles in einem Feld hat man 2 Kandidaten in einem Feld
- Statt eines Paares mit 2 Kandidaten in 2 Feldern hat man 3 Kandidaten in 2 Feldern
- Statt eines Tripels in 3 Feldern hat man 4 Kandidaten in 3 Feldern

Mit einem ALS alleine kann man noch nichts anfangen. Hat man allerdings mehr als ein ALS in einer Region, die gemeinsame Kandidaten haben, so kann das sehr hilfreich sein, wie die folgenden Beispiele zeigen.

22.2 ALS 2-er oder XZ-ALS

Ein ALS 2-er besteht aus 2 ALS, die mindestens einen gemeinsamen Kandidaten X in einem Bereich (Zeile, Spalte oder Block) haben. Gemeinsam bedeutet hier, dass **alle** Instanzen des Kandidaten X in ALS 1 **alle** Instanzen desselben Kandidaten X in ALS 2 sehen können. Dieser Kandidat verknüpft die beiden ALS und muss in mindestens einer der beiden ALS wahr sein. Alle Kandidaten, die **alle** Positionen eines **weiteren gemeinsamen** Kandidaten Z aus beiden ALS sehen können, müssen daher falsch sein und können ausgeschlossen werden.

4	3	1	8	2	1	5	6	4	3	3		
9	7				4			7				
2	3	1	2	1	3	6	1	2	3	2	3	
4	5	7			4	8	9	4	5	7		
2	1	2			1		1	2	1	2		
4	5	7	6	3	4	4	8	4	5	7		
9	7		9		7	9	9					
6	9	2	8	1	2	3	1	2	3	1	2	
		5					5			7	4	
7	8	2	5	1	2	1	1	2	3	3	3	
		4		4	4	9			6	6		
1	3	2	7	6	2	2	2	8	9			
		4		4		5						
8	4	6	1	2	3	2	7	6	9	5		
		9										
2	3	1	2	1	3	9	5	7	4	1	2	
5		5	6				8			6	6	
2	1	2	7	4	5	8	7	4	1	2	1	2
5		5			5	8				9	8	
9												

Im Beispiel hat man 2 ALS Ocker und Grün mit 2 beziehungsweise 3 Feldern und einem Kandidaten mehr als Feldern:

	Ocker	Grün
Felder	B1, I1	C2, C3, C7
Kandidaten	1, 3, 7	1, 3, 6, 9

Beiden ALS haben in Block 1 den gemeinsamen Kandidaten X=1, der sie verbindet. Der weitere gemeinsame Kandidat Z=3 kann von den gelben Feldern H2 und I2 gesehen werden. In diesen beiden Feldern kann daher der Kandidat 3 gelöscht werden.

22.3 ALS Kette oder ALS Chain

ALS Ketten sind eine Reihe von ALS, verbunden durch RCCs. Das erste und letzte ALS muss eine gemeinsame Ziffer enthalten, diese Ziffer wird aus allen Zellen gelöscht, die alle Instanzen der Ziffer in beiden Enden der ALS Chain sehen können. Es gibt noch ein paar weitere Einschränkungen, aber ALS Ketten sollen hier nicht weiter beschrieben werden. Sie wurden nur der Vollständigkeit halber aufgeführt. Es wird nur noch ein Sonderfall behandelt, die ALS Kette der Länge 3 (ALS 3-er oder auch ALS-XY-Wing).

22.4 ALS 3-er oder ALS-XY-Wing

Analog zum ALS 2-er kann man auch mit einem ALS 3-er Kandidaten ausschließen. Allerdings werden hier zwei ALS über das dritte ALS verbunden, analog zu einem XY-Wing.

23 The Slot Machine

Hier handelt es sich nicht um eine logische Lösungsmethode, sondern sie gehört zur Gruppe der Try and Error Methoden. Sie wurde auch nicht in der Reihe des Sudoku Swami behandelt, sondern stammt aus der YouTube Reihe Cracking the Cryptic und hat den die Methode nicht enthaltenen Titel *A Brand New Trick For Very Hard Sudoku Puzzles* <https://www.youtube.com/watch?v=FViSLOp2tGI>. In einem späteren Video zeigen sie, wie man diese Methode nutzen kann, um auch komplexe X-Chains zu finden, hier geht es zum *Easy Way to find X-Cycles* <https://www.youtube.com/watch?v=mWQNO2CI7ZO>

1 2 7	2 7	6 8	4 2 3 9	2 3 7	1 3 4 6	5 4	1 2 4 6
2 5 7	3	2 5 6 7 9	4 2 4 5	2 4	2 7 8	1 8	2 6 4 6 9
4	2 9	1 2 5 9	6	2 3 8	2 3 5 8	1 3 8	2 3 8 9
1 2 3 7	2 7	1 2 3 6 7	1 2 3 5 9	1 2 3 6	4	3 5 6 7 9	3 6 9
2 3 7 8	5	2 3 4 6 7	2 3 9	2 3 8	2 3 6 8	3 4 6 7	1 4 6 9
9	4 8	1 3 4 6	7	1 3 6 8	5 6 3 8	2	3 6 4 5 6
2 3 7 8	2 4 7 8	2 3 4 7	1 2 3 4	5 7	2 3 6	9	2 7 8 6
2 3 5 7 8	1	2 3 5 9	2 3 9	2 3 7	2 3 6 9	2 3 7 9	5 6 4 5 6
6	2 4 7	4 5 9	8	1 2 4 7	2 7 9	1 5 7	2 2 3

Voraussetzung ist, dass man eine Zahl findet, für die mindestens drei Zellen gelöst sind und diese drei Zellen müssen sich in drei senkrechten und drei waagrechten Rinnen befinden. Das Beispiel links erfüllt diese Voraussetzung beispielweise für die Zahlen 1, 5 und 8. Ich habe etliche Puzzles gefunden, bei denen man diese speziellen Voraussetzung nicht erfüllt wurden.

Die folgenden Beispiele werden zeigen, dass die Methode nicht geeignet ist, um korrekte Kandidaten zu finden, sondern nur, um inkorrekte Kandidaten auszuschließen.

1 2 7	2 7	6 8	4 2 3 9	2 3 7	1 3 4 6	5 4	1 2 4 6
2 5 7	3	2 5 6 7 9	4 2 4 5	2 4	2 7 8	1 8	2 6 4 6 9
4	2 9	1 2 5 9	6	2 3 8	2 3 5 8	1 3 8	2 3 8 9
1 2 3 7	2 7	1 2 3 6 7	1 2 3 5 9	1 2 3 6	4	3 5 6 7 9	3 6 9
2 3 7 8	5	2 3 4 6 7	2 3 9	2 3 8	2 3 6 8	3 4 6 7	1 4 6 9
9	4 8	1 3 4 6	7	1 3 6 8	5 6 3 8	2	3 6 4 5 6
2 3 7 8	2 4 7 8	2 3 4 7	1 2 3 4	5 7	2 3 6	9	2 7 8 6
2 3 5 7 8	1	2 3 5 9	2 3 9	2 3 7	2 3 6 9	2 3 7 9	5 6 4 5 6
6	2 4 7	4 5 9	8	1 2 4 7	2 7 9	1 5 7	2 2 3

Wir starten mit dem Kandidaten 5 in Zelle D2 in Block 2 und kennzeichnen alle sich daraus ergebenden Kandidaten. Wir enden mit einem Kandidaten D4 und das ist ein Widerspruch, denn es kann in Spalte D keine zwei Kandidaten geben. Daher kann der Startkandidat in D2 ausgeschlossen werden und der verbleibende Kandidat F3 in Box 2 muss korrekt sein.

Der korrekte Kandidat 5 in F3 liefert dann noch weitere Zellwerte 5 in den beiden Zellen D4 und I9.

1 2 7	2 7	6 8	4 2 3	9 7	2 3 7	1 3 4 6	5 4	1 2 4 6
2 7	5 3	2 7 9	2 5 6 4 5	2 4 5	2 7 8	1 4 8	2 6 4	2 6 9
4 7	2 9	1 2 5 9	6 8	2 3 8	2 3 8	1 8	3 8 9	7 9
1 2 3 7	2 7	1 2 3 7 6	1 2 3 5 9	1 2 3 6	4 7	3 5 6	3 7 9	8 6
2 3 7 8	5 4	2 3 4 6	2 3 2 3	2 3 6	2 3 4 6	3 6	1 4	6 9
9 7	4 8	1 3 4 6	7 8	1 3	3 5 6	2 6 4	1 5 6	8 6
2 3 7 8	2 4 7 8	2 3 4 7	1 2 3 4	5 7	2 3 6	9 7 8	2 6	1 6
2 3 7 8	5 1	2 3 7 9	2 3 9 7	2 3 6	2 3 7 9	5 6 7 8	4 8	2 5 6
6 7	4 9 7	2 4 5	8 7	1 2 4 7	2 7 9	1 5	2 7	3 6

Das gleiche Puzzle zeigt für den Kandidaten 1, dass man nicht auf einen Kandidaten schließen kann, wenn man eine widerspruchsfreie Kette findet. Hier findet man für beide Kandidaten aus Block 1 eine Kette, die alle 6 Blöcke mit freien Kandidaten einschließt, ohne auf einen Widerspruch zu stoßen. Damit hat man nichts gewonnen, beide Kandidaten können korrekt sein, es ist keine Aussage möglich.

Dennoch muss man nicht aufgeben, man kann eine andere Startzelle wählen. C4 beispielsweise führt schnell auf einen Widerspruch und kann ausgeschlossen werden.

1 2 7	2 7	6 8	4 2 3	9 7	2 3 7	1 3 4 6	5 4	1 2 4 6
2 7	5 3	2 7 9	2 5 6 4 5	2 4 5	2 7 8	1 4 8	2 6 4	2 6 9
4 7	2 9	1 2 5 9	6 8	2 3 8	2 3 8	1 3 8	2 3 8 9	7 9
1 2 3 7	2 7	1 2 3 7 6	1 2 3 5 9	1 2 3 6	4 7	3 5 6	3 7 9	8 6
2 3 7 8	5 4	2 3 4 6	2 3 2 3	2 3 6	2 3 6	4 6	1 4	6 9
9 7	4 8	1 3 4 6	7 8	1 3 6	3 5 6	2 6 4	3 4 5 6	8 6
2 3 7 8	4 7 8	2 3 4 7	1 2 3 4	5 7	2 3 6	9 7 8	2 6	1 2 6
2 3 7 8	5 1	2 3 7 9	2 3 9 7	2 3 6	2 3 7 9	5 6 7 8	4 8	2 5 6
6 7	4 9 7	2 4 5	8 7	1 2 4 7	2 7 9	1 5	2 7	3 6

Das letzte Beispiel mit dem Kandidaten 8 zeigt, dass es nicht immer gelingt, eine Kette zu bilden. In den Blöcken 3 und 5 hat man noch zu viele Kandidaten, es ist keine Fortsetzung über diese Blöcke hinaus möglich.

Dennoch muss man nicht aufgeben, man kann versuchen, eine Zelle dieser Blöcke als Startzelle zu nutzen und auf einen Widerspruch hoffen.